

SÉRIE A, N° 4000

N° D'ORDRE

4851

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Claudine BOHY née BESSON

PREMIÈRE THÈSE

Étude et réalisation
d'un faisceau de mésons K^+ de 1BeV/c.
Détermination de la fonction d'excitation
et du spectre d'énergie des mésons K^+

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 17 Décembre 1962 devant la Commission d'examen

MM. BERTHELOT

Président

LEHMANN P.

MEYER Ph.

LEPRINCE-RINGUET

} Examinateurs

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Claudine BOHY née BESSON

PREMIÈRE THÈSE

Étude et réalisation
d'un faisceau de mésons K^+ de 1BeV/c.
Détermination de la fonction d'excitation
et du spectre d'énergie des mésons K^+

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 17 Décembre 1962 devant la Commission d'examen

MM. BERTHELOT

LEHMANN P.
MEYER Ph.
LEPRINCE-RINGUET



Président

Examineurs

PROFESSEURS

Doyen ZAMANSKY

G. JULIA	T Analyse supérieure et Algèbre supérieure	Mme LELONG	T Mathématiques (E.N.S.)
DE BROGLIE	T Théories physiques	BELLAIR	T Géologie (S.P.C.N.)
PRINANT	T Anatomie et Histologie comparées	COTTE	T Physique électricité
GRASSE	T Evolution des êtres organisés	DUBOIS J.E.	T Chimie organique
PREVOST	T Chimie organique	LAMOTTE	T Zoologie (E.N.S.)
CHAUDRON	T Chimie appliquée	MICHEL A.	T Chimie Minérale (Orsay)
WYART	T Minéralogie et Cristal.	OLMER	T Energétique générale
TEISSIER	T Zoologie	ROUAULT	T Electricité (Orsay)
MANGENOT	T Biologie Vég. (Orsay)	GAUTHIER	T Mécanique appliquée
AUGER	T Physique quantique et Relativité	BARCHEWITZ	T Chimie Physique
MONNIER	T Physiologie Générale	BROSSEL	T Physique atomique
PIVETEAU	T Paléontologie	BUSER	T Physiologie comparée
ROCARD	T Physique (E.N.S.)	CAMUS	T Physiologie Vég. BMPV
CARTAN	T Mathématiques (E.N.S.)	CASTAING	T Physique (Orsay)
LAFITTE	T Chimie générale	CURIEN	T Minéralo. et Cristallog.
FAVARD	T Géométrie supérieure	MOYSE	T Physiologie Vég. (Orsay)
COULOMB	T Physique du Globe	NOIROI	T Evolution des Etres Drg.
Mlle COUSIN	T Biologie Animale (SPCN)	PANNETIER	T Chimie générale (Orsay)
CHIRETIN	T Chimie minérale	POSSOMPES	T Zoologie
DRACH	T Zoologie	PULLMANN	T Chimie théorique
KASTLER	T Physique (E.N.S.)	TEILLAC	T Physique Nucl. et Radio-activité
EPHROSSI	T Génétique	TONNELAT	T Ecologie Physico-chim.
RIVIERE	T Géologie NPCN et sédim.	VILLE	T Econométrie
GAUTHIERET	T Biologie Vég. (P.C.B.)	WILLEMART	T Chimie (P.C.B.)
LUCAS R.	T Recherches Physiques	DODE	T Chimie (Orsay)
THOMAS A.	T Biologie cellulaire	FREYMANN	T Recherches Physiques
ARNULF	T Optique appliquée	GUINOCHE	T Biol. Vég. SPCN (Orsay)
NORAND	T Physique Enseignement	ROLLET	T Chimie (P.C.B.)
SOLEILLET	T Physique (P.C.B.)	Mlle JOSIEN	T Chimie S.P.C.N.
FORTIER	T Mécanique exp. des Fluides	CHEVALLEY	T Géométrie algébrique et théorie des groupes
DANJON	T Astronomie	ARNOULT	T Electronique (Orsay)
PETIT	T Biologie maritime	CHAPELLE	T Physique (Orsay)
QUENEY	T Météorologie et dynamique atmosphérique	DELANGE	T Mathématiques (Orsay)
GALLIEN	T Embryologie	DENY	T Mathématiques Gén. Orsay
EICHHORN	T Botanique	GERMAIN	T Mécan. théor. des Fluides
DE CUGNAC	T Biologie Végétale (SPCN)	LUCAS G.	T Géologie
Mlle CAUCHOIS	T Chimie Physique	ALLARD	T Chimie Physique
THELLIER	T Physique du Globe	BERTHELOT	T Phys. Fondamentale des Hautes Energies (Orsay)
L'HERITIER	T Biologie Générale (Orsay)	BRICART	T Météorologie et phys. de l'Atmosphère.
GRIVET	T Radioélectricité (Orsay)	Mme ALBE-PENARD	T Psychophysiologie
PONCIN	T Mécanique Générale	FRIEDEL	T Physique des Solides (Ors)
DUBREIL	T Arithmétique et théorie des Nombres	M. JULIA	T Etudes des Moléculaires naturelles complexes
QUELET	T Chimie Organique	LENDER	T Biol. Animale (SPCN) Orsay
CAIGNARD	T Géophysique appliquée	MAGAT	T Physico-chimie des radio-éléments
CHAMPETIER	T Chimie macromoléculaire	Mlle QUINTIN	T Electrochimie
CUVILLIER	T Micropaléontologie	MONOD	T Chimie du métabolisme
JUNG	T Pétrographie	BENOIT	T Physiol. Anim. (Orsay)
TRILLAT	T Microscopie et diffraction électronique	DE PONSEL	T Analyse numérique
WIEMANN	T Chimie organique et struc.	CHARLOT	T Chimie analytique
JACQUINOT	T Spectroscopie et physique céleste (Orsay)	HAUSSINKY	T Radiochimie
VASSY	T Physique de l'atmosphère	LEMEZ	T Physiol. Vég. BMPV (Orsay)
DESTOUCHES	T Théories Physiques	GUERIN	T Chimie M.P.C. (Orsay)
AMIEL	T Chimie générale	CHATELET M.	T Chimie (P.C.B.)
HOCART	T Minéralogie et Cristallog.	JEAN	T Physique Nucléaire (Orsay)
J.P. MATHIEU	T Physique (Optique)	MATTEUR	T Phys. Théor. des lites
COUTEAUX	T Biologie animale (P.C.B.)	MICHEL L.	T Energies (Orsay)
MAY	T Zoologie (Orsay)	BERGERARD	T Zoologie (Orsay)
CHOQUET	T Théorie des fonctions et Topologie	BERTIN	T Electronique (Orsay)
FELDMANN	T Biologie Végétale marine	BOUSSIÈRES	T Chimie des Radioéléments (Orsay)
GUINIER	T Physique des Solides (Orsay)	Mme COUTURE	T Thermodynamique et Méc. Physique
JOST	T Physiologie comparée	ELLENBERGER	T Géologie appl. s/le terr.
FORTET	T Calcul des Probabilités et Physique mathématique	FRANC	T Biol. Animale (P.C.B.)
SCHWARTZ	T Calcul diff. et intégral	SCHNELL	T Botanique tropicale (Orsay)
CHOUARD	T Physiologie Végétale	STOLKOWSKI	T Physiologie générale
MALAVARD	T Aviation (Techn. Aéronaut.)	ACHER	T Chimie Biol. (Orsay)
BRILLOT	T Calcul diff. et intégral.	BAUDOIN	T Biologie animale P.C.B.
NOIRMANT	T Synthèse organique générale	BEAUMONT	T Biologie animale SPCN
BENARD	T Chimie Minérale	BLAMONT	T Géophysique Ionosphère
BUVAT	T Botanique (E.N.S.)	BOURREAU	T Botanique
DUGUE	T Statistiques Mathématiques	CURIE D.	T Physique (M.G.P.)
SOULAIRAC	T Psychophysiologie	DURAND-DELGA	T Géologie
ULRICH	T Physiologie Végétale	FREON	T Chimie organique (Orsay)
MARECHAL	T Optique théorique et Appl.	HELLER	T Physiologie végétale
KIRRMANN	T Théories Chimiques	TORRAT	T Calcul des Probabilités
CHADEFAUD	T Botanique	CAILLEUX	T Géologie (S.P.C.N.)
Mlle LE BRETON	T Physiologie de la nutri.	MAGNAN	T Physique (S.P.C.N.)
SALEM	T Mathématiques générales	DAUDEL	T Mécanique ondulatoire appl. à la Chim. Théor. et à la Phys. Nucléaire
LELONG	T Applic. de l'analyse à la géométrie	Mlle FOURCHOY	T Biol. Végétale (SPCN)
DEVILLERS	T Anatomie et Histologie Comp.	Mme CHOQUET-BRUHAT	T Méc. Analytique et Méc. céleste
EHRESMANN	T Topologie Algébrique	Mlle VEIL	T Physiologie Générale
FRANCON	T Physique (S.P.C.N.)	LWOFF	T Microbiologie
GLANGEAUD	T Géographie phys. et Géologie dynamique	SIENSTRUNK	T Mécan. Phys. et Expérim.
GODEMENT	T Mathématiques (M.P.C.)	ILACOMBE	T Métallurg. des métaux Nucl.
PISOT	T Tech. Mathém. de la Phys.	BROCHARD	T Physique P.C.B. (Orsay)
ROCH	T Géologie	CABANNES	T Mécanique générale
SCHATZMAN	T Astrophysique	LESIEUR	T Mathématiques MPC (Orsay)
TERMIER	T Paléontologie stratig.	MAZET	T Mécanique générale (Orsay)
ZAMANSKY	T Mathématiques générales	CAIRE	T Géographie phys. et Géol. Dynamique
LENNUIER	T Physique (M.G.P.)	COMOLET	T Mécanique des Fluides
RIZET	T Génétique (Orsay)	CORABOEUF	T Physiologie Animale
ROUTIER	T Géologie appliquée	DELLOUE	T Physique de l'atmosphère
Mme TONNELAT	T Physiologie Théorique	GORENFLOT	T Botanique II (Orsay)
DIXMIER	T Mathématiques (M.P.C.)	HOUILLOIN	T Biologie Animale P.C.B.
SOUCHAY	T Chimie générale	JULLIEN J.	T Chimie P.C.B.
AIGRAIN	T Electrotechnique gén.	MALGRANGE	T Tech. Math. de la Phys.
BRUSSET	T Chimie systématique	OLIVIER	T Antropologie
M. LEVY	T Physique théorique des hautes énergies (Orsay)	NOZERAN	T Botanique II (Orsay)
Mme CHAIX	T Chimie biologique	BLANC-LAPIERRE	T Physique ENS. (Orsay)
Mme HUREL-PY	T Biologie Végétale (PCB)	CHEVAUGEON	T Botanique (Orsay)
PIAUX	T Chimie (M.P.C.)	KAHANE	T Mathématiques (Orsay)
BRUN	T Mécan. théorique des Fluides	SAMUEL	T Mathématiques ENS féminine
LEDERER	T Chimie biologique	KOURGANOFF	T Astronomie (Orsay)
Mme DUBREIL	T Mathém. (Agrégation)	THIERY	T Mécanique céleste

INTRODUCTION

Jusqu'en 1961, les principales expériences de physique faites auprès du synchrotron à protons Saturne de Saclay mettaient en jeu soit des protons, soit des mésons $\pi^{\pm}$ incidents. En effet, l'énergie maximum des protons accélérés, qui est de 3 Bev, permet de construire aisément des faisceaux assez intenses de mésons $\pi^{\pm}$ émis à différents angles et d'énergie bien définie. On peut ensuite étudier les réactions produites par ces particules au moyen de compteurs ou de chambres à bulles.

Cependant, il était intéressant d'essayer de produire des particules étranges. L'énergie maximum des protons du synchrotron est inférieure au seuil de production des mésons K. Mais il est possible de créer des mésons K^+ dans une cible située à l'intérieur de la chambre à vide de l'accélérateur et l'on pouvait envisager de construire un faisceau secondaire de mésons K^+ , même de faible intensité. L'impulsion maximum des K que nous pouvons produire est de 1,3 Bev/c.

Pour pouvoir utiliser ce faisceau dans une expérience de chambre à bulle il est d'autre part nécessaire de séparer les mésons K des autres particules, principalement des protons et des π .

Différentes méthodes de séparation sont connues dans la technique des faisceaux.

La plus ancienne, qui est encore utilisée maintenant pour des faisceaux de basse énergie, consiste à placer un dégradeur (constitué par un élément léger) entre deux aimants analyseurs d'impulsion. Les particules dont l'impulsion a été bien définie par le premier aimant perdent dans le dégradeur des quantités d'énergie différentes selon leurs vitesses et sont triées par le deuxième aimant. Ce procédé est simple mais entraîne une diffusion assez importante et surtout n'est plus utilisable aux grandes énergies, au-delà de 1 Bev/c.

La mise au point des grands séparateurs électromagnétiques est venue repousser cette limite. Le premier en date, le séparateur coaxial, a été utilisé en 1958 à Berkeley (Alvarez, Murray, Tripp et al.) pour un faisceau d'antiprotons de 220 Mev/c émis à 0° . Ce séparateur a l'avantage de ne pas nécessiter une optique très précise (un seul quadrupôle suffit) mais l'angle solide d'entrée est très faible et entraîne une perte d'intensité.

L'année suivante a été employé, également à Berkeley, le séparateur électrostatique à plaques parallèles dans le faisceau de 1,17 Bev/c (Eberhard, Good, Ticho). C'est le seul type utilisé actuellement en attendant la mise en œuvre des séparateurs à haute-fréquence.

Le séparateur à plaques parallèles est un véritable spectromètre de vitesse. Le champ électrique sépare les particules de même impulsion mais de masses différentes et les dévie d'un angle inversement proportionnel à leur vitesse. Il suffit alors de placer à la sortie de l'appareil une "fente de masse" pour isoler les particules désirées.

Nous disposions pour la construction de notre faisceau, d'un seul séparateur à plaques métalliques d'une longueur de 5,50 m environ, construit par la C.S.F. La séparation entre les K et les π est de 1,2 milliradian à 1 Bev/c.

Pour avoir un bon rapport de séparation, il faut donc obtenir des images très fines dans le plan vertical, et par conséquent prévoir une optique très précise. Mais d'autre part, si l'on veut un nombre raisonnable de mésons K après la fente de masse, on est amené à choisir une bande d'impulsion assez grande, ce qui entraîne d'importantes aberrations chromatiques. La mesure et la correction de ces aberrations a nécessité une étude longue et minutieuse des trajectoires des particules dans les éléments du système de transport par la méthode du fil flottant.

Après la mise au point définitive de l'optique du faisceau, nous avons procédé à une étude systématique des possibilités de ce faisceau par une méthode électronique.

L'identification des mésons K^+ a été faite par temps de vol, les particules les plus rapides (mésons π , μ , électrons) étant éliminées par un compteur Cerenkov à éthylène fonctionnant sous 25 kg de pression.

Nous avons ensuite mesuré, pour une cible de cuivre :

- le spectre d'énergie des mésons K produits par des protons de 2,7 Bev.
- la fonction d'excitation des K^+ de 1 Bev/c pour cinq valeurs de l'énergie des protons incidents, de 1,5 à 2,7 Bev.

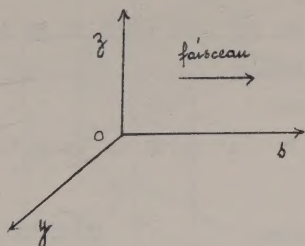
CHAPITRE I

PRINCIPES GÉNÉRAUX SUR LE GUIDAGE DES PARTICULES

Avant d'aborder le problème de la détermination des éléments du système de transport, il est nécessaire de présenter les méthodes de calcul qui seront utilisées par la suite. Nous verrons qu'il est particulièrement commode de représenter la trajectoire d'une particule par un point de l'espace des phases. Les différents éléments du système sont alors représentés, comme en optique, par des matrices opérant dans cet espace. Nous examinerons quelques systèmes particuliers (lentilles quadrupolaires, aimant analyseur, séparateur électrostatique) et nous étudierons les aberrations chromatiques, c'est-à-dire la confusion des images pour un faisceau constitué de particules d'impulsions différentes.

I - REPRESENTATION DANS L'ESPACE DES PHASES

L'état de mouvement d'une particule peut être défini à chaque instant par un point de l'espace des phases : s, y, z, p_s, p_y, p_z , s étant la direction du faisceau.



Dans le "système de transport" étudié ici, l'impulsion reste constante et les angles des trajectoires avec l'axe sont faibles :

$$p_s \approx p.$$

A un instant t le point de l'espace des phases est donc défini par :

$$y \quad \text{et} \quad p_y = p \times \frac{dy}{ds}$$

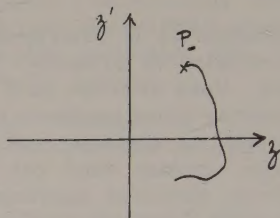
$$z \quad \text{et} \quad p_z = p \times \frac{dz}{ds}$$

En fait on décompose le mouvement dans deux plans perpendiculaires yos et $z os$ et il suffit d'étudier dans chaque plan les "vecteurs de phase" :

$$\begin{vmatrix} z'(s) \\ z(s) \end{vmatrix} \quad \text{pour le plan vertical}$$

$$\begin{vmatrix} y'(s) \\ y(s) \end{vmatrix} \quad \text{pour le plan horizontal}$$

Dans un système auxiliaire de coordonnées z (abscisse) et z' (ordonnée) la pente et la position initiale correspondent à un point P_0 . Au cours du mouvement le point se déplace de façon biunivoque et décrit une trajectoire de phase.



Un faisceau, composé d'un grand nombre de particules est représenté par un ensemble de points P occupant un certain domaine dans l'espace des phases. Ce domaine se déforme au cours du mouvement mais conserve la même aire appelée admittance du faisceau.

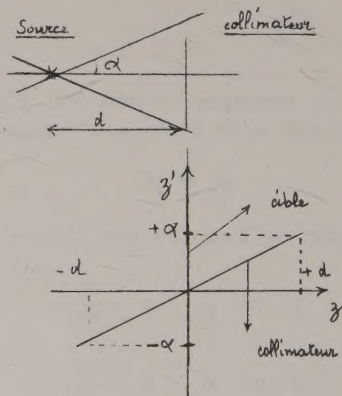
Ceci est une conséquence du théorème de Liouville de la mécanique classique.

Exemple d'un faisceau défini par une cible et un collimateur.

a) Source ponctuelle

Au niveau de la source :

$$z = 0 \quad z' \text{ varie de } -\alpha \text{ à } +\alpha .$$



Le domaine de phase est le segment $(-\alpha, +\alpha)$ de l'espace z' . Au niveau du collimateur :

z varie de $-d$ à $+d$

z' varie de $-\alpha$ à $+\alpha$.

L'aire de l'extension en phase est toujours nulle.

b) Source étendue

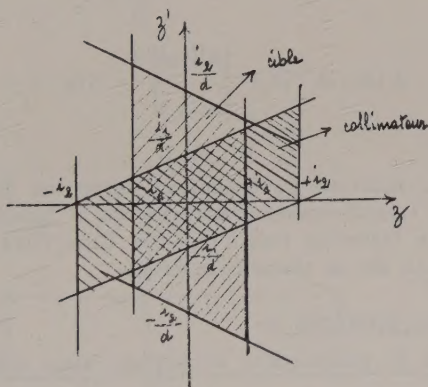
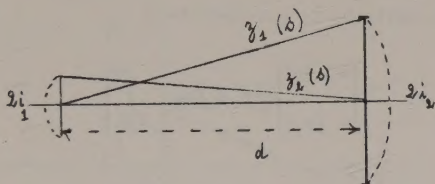
Une trajectoire du faisceau limité par la cible et le collimateur est définie d'une façon générale par :

$$z(s) = az_1(s) + bz_2(s)$$

z_1, z_2 définis sur la figure avec les conditions aux limites $a \leq 1$ et $b \leq 1$.

On a :

$$z'(s) = az'_1(s) + bz'_2(s)$$



Au niveau de la source : $s = 0$

$$z(0) = bi_1$$

$$z'(0) = a \frac{i_2}{d} - b \frac{i_1}{d} = a \frac{i_2}{d} + \frac{z(0)}{d}$$

les trajectoires limites ($a = \pm 1, b = \pm 1$) définissent un parallélogramme d'aire $\frac{4i_1i_2}{d}$.

Au niveau du collimateur, le parallélogramme s'est déformé mais garde la même aire.

II - INTRODUCTION DES MATRICES DE TRANSFERT

Dans les lentilles magnétiques, la trajectoire $z(s)$ est solution d'une équation différentielle linéaire.

A partir de deux solutions particulières, appelées trajectoires caractéristiques (par exemple celles qui correspondent aux droites $z_1(s)$ et $z_2(s)$ de la figure) on peut construire une solution générale :

$$z(s) = a z_1(s) + b z_2(s)$$

L'état de mouvement de la particule est alors représenté par le vecteur :

$$\begin{pmatrix} z'(s) \\ z(s) \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} z'_1(s) \\ z_1(s) \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} z'_2(s) \\ z_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z'_1 & z'_2 \\ z_1 & z_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = A(s) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Pour la position initiale :

$$\begin{pmatrix} z'(s_0) \\ z(s_0) \end{pmatrix} = A(s_0) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

d'où :

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = A^{-1}(s_0) \begin{pmatrix} z'(s_0) \\ z(s_0) \end{pmatrix}$$

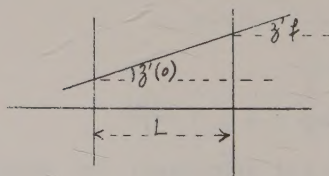
et

$$\begin{pmatrix} z'(s) \\ z(s) \end{pmatrix} = A(s) \cdot A^{-1}(s_0) \begin{pmatrix} z'(s_0) \\ z(s_0) \end{pmatrix} = S(s, s_0) \begin{pmatrix} z'(s_0) \\ z(s_0) \end{pmatrix}$$

$S(s, s_0)$ est la matrice de transfert entre les abscisses s et s_0 . Or, nous avons vu que la transformation définie par S laisse invariante l'aire du domaine occupé par le faisceau (théorème de Liouville), son déterminant est donc égal à 1 (jacobien de la transformation).

Exemples de quelques matrices S .

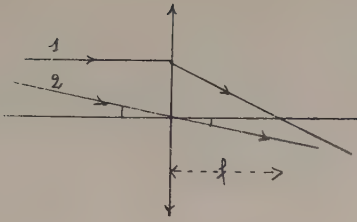
a) Espace de glissement ou espace sans champ



$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ L & 1 \end{pmatrix}$$

b) Lentille mince

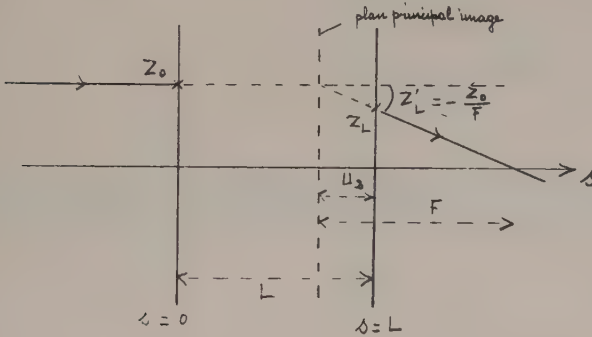
En utilisant les trajectoires particulières 1 et 2 on montre que :



$$S = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{f} \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

c) Système optique quelconque

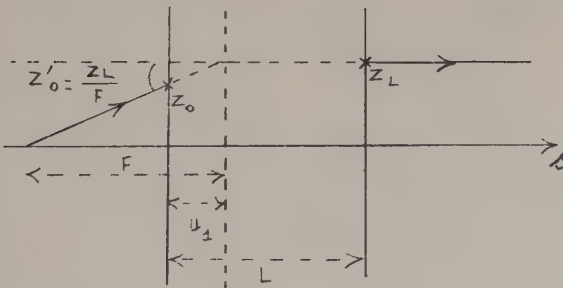
Soit $S = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ la matrice qui fait passer de l'entrée à la sortie d'un système optique. On voit facilement que la distance focale et la position des plans principaux sont données par les formules :



$$F' = -\frac{1}{b}$$

$$U_2 = \frac{d-1}{b}$$

plan principal objet



$$F = -\frac{1}{b}$$

$$U_1 = \frac{a-1}{b}$$

d) Système focalisant : matrice de transfert de l'objet à l'image.

On a :



$$\begin{vmatrix} z'(f) \\ z(f) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} z'(0) \\ z(0) \end{vmatrix}$$

Si le système est convergent $z(f)$ est indépendant de $z'(o)$.

$$z(f) = \gamma z'(o) + \delta z(o) \quad \text{d'où} \quad \gamma = 0$$

On a alors :

$$\delta = \frac{z(f)}{z(o)} = G, \quad \text{grandissement du système}$$

De plus :

$$D(S) = \alpha \delta - \gamma \beta = 1 \quad \text{d'où} : \quad \alpha = \frac{1}{G}$$

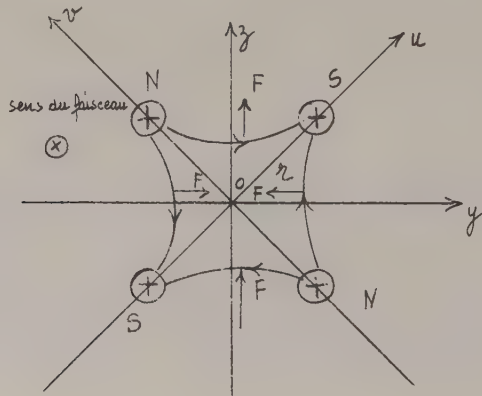
La matrice de transfert de l'objet à l'image est donc de la forme :

$$S = \begin{vmatrix} \frac{1}{G} & \beta \\ 0 & G \end{vmatrix}$$

III - ETUDE DE SYSTEMES PARTICULIERS

1/ Quadrupôles

Une telle lentille magnétique est formée de quatre pôles placés symétriquement. L'allure des lignes de forces magnétiques montre déjà que si le champ est focalisant dans un plan, il sera défocalisant dans l'autre.



Le potentiel est pair en u et v donc de la forme :

$$\Phi = \alpha u^2 + \beta v^2$$

en se limitant aux premiers termes avec $\Delta \Phi = 0$, soit $\alpha + \beta = 0$,

d'où :

$$\Phi = \alpha (u^2 - v^2)$$

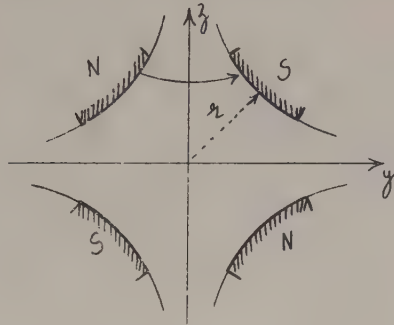
Si Φ_0 est le potentiel sur la pièce polaire nord ($u = 0$, $v = r$), r = rayon du cercle de gorge.

$$\Phi_0 = -\alpha r^2 \quad \text{et} \quad \Phi = -\frac{\Phi_0}{r^2} (u^2 - v^2)$$

En revenant aux axes habituels yz :

$$\Phi = -\frac{2\Phi_0}{r^2} yz$$

L'équation de la pièce polaire nord est alors : $yz = -\frac{r^2}{Z}$



On suppose le champ magnétique purement transversal, c'est-à-dire que l'on néglige le champ de fuite. B est alors contenu dans le plan yz .

$$B_y = B_0 \frac{z}{r}$$

$$B_z = B_0 \frac{y}{r}$$

La force de Lorentz s'exerçant sur la particule est :

$$\vec{F} = e \frac{\vec{v}}{c} \wedge \vec{B}$$

d'où les équations des trajectoires :

$$mv^2 \frac{d^2 y}{ds^2} = -\frac{ev}{c} B_0 \frac{y}{r}$$

$$mv^2 \frac{d^2 z}{ds^2} = +\frac{ev}{c} B_0 \frac{z}{r}$$

on néglige les composantes transversales de la vitesse.

Les trajectoires dans les deux plans sont alors :

$$y = A \cos Ks + B \sin Ks$$

$$z = C \operatorname{ch} Ks + D \operatorname{sh} Ks$$

$$\text{avec} \quad K^2 = \frac{eB_0}{mvr}$$

Les équations donnant par exemple y' et y à la sortie du quadropôle ($s = L$) peuvent se mettre sous la forme :

$$\begin{pmatrix} y' \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -K \sin KL & K \cos KL \\ \cos KL & \sin KL \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$$

A l'entrée du quadrupôle : (s = 0) :

$$y'(0) = BK$$

$$y(0) = A$$

$$\text{soit } \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{K} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y'(0) \\ y(0) \end{pmatrix}$$

D'où la matrice de transfert :

$$\begin{pmatrix} y'(s) \\ y(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos KL & K \sin KL \\ \frac{1}{K} \sin KL & \cos KL \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y'(0) \\ y(0) \end{pmatrix}$$

$$\text{et } f = \frac{1}{K \sin KL} \quad u_2 = \frac{1 - \cos KL}{K \sin KL}$$

Dans l'approximation KL petit (lentille mince), f est proportionnel à $\frac{1}{K^2}$, donc à l'impulsion p.

Toutes ces équations étant linéaires, elles ne tiennent pas compte des aberrations sphériques.

On peut faire des calculs analogues pour le plan divergent.

2/ Doublet magnétique.

Une lentille seule étant convergente dans un plan et divergente dans l'autre, on voit que pour obtenir un système convergent dans les deux plans, il faut au moins deux quadrupôles.

Soit deux lentilles minces distantes de d. La matrice de transfert de l'entrée à la sortie du système total s'écrit :

$$S = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

D'où la distance focale du système total :

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

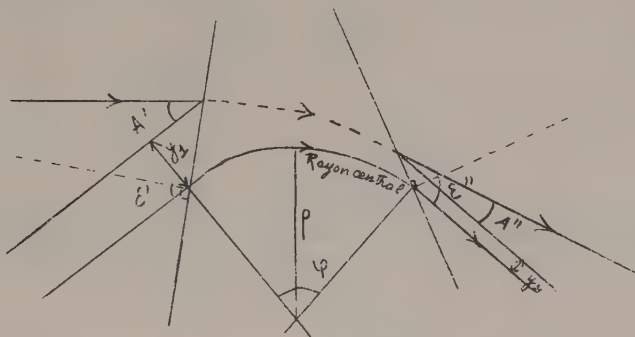
Si $f_1 = -f_2 = f$:

$$\frac{1}{F} = \frac{d}{f^2}$$

Avec deux lentilles de même force on peut donc former un système convergent.

3/ Aimant analyseur.

L'aimant analyseur crée entre deux pièces polaires parallèles un champ magnétique vertical uniforme. Une particule décrit un arc de cercle de rayon $\rho = \frac{P}{IB}$ et est déviée d'un angle φ inversement proportionnel à son impulsion. Le produit $B \times l$ est caractéristique de l'aimant (l : longueur moyenne des pièces polaires).



Si un rayon incident est défini par son inclinaison A' et sa distance y_1 au rayon central on écrit la matrice de transfert dans le plan médian :

$$\begin{pmatrix} A'' \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\cos(\varphi - \varepsilon')}{\cos \varepsilon'} - \frac{\sin(\varphi - \varepsilon' - \varepsilon'')}{\rho \cos \varepsilon' \cos \varepsilon''} & A' \\ \rho \sin \varphi & \frac{\cos(\varphi - \varepsilon'')}{\cos \varepsilon''} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A' \\ y_1 \end{pmatrix}$$

ε' et ε'' sont les angles de l'axe du faisceau avec la normale aux pièces polaires à l'entrée et à la sortie et φ l'angle dont a tourné la trajectoire centrale.

D'où la longueur focale horizontale :

$$\frac{\rho \cos \varepsilon' \cos \varepsilon''}{\sin(\varphi - \varepsilon' - \varepsilon'')}$$

Si $0 < \varphi - \varepsilon' - \varepsilon'' < \pi$ le système est convergent.

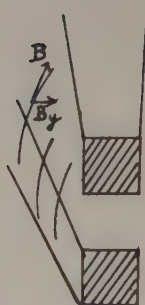
Mais il faut tenir compte aussi du champ de fuite de l'aimant qui a un effet focalisant dans le plan vertical. On assimile ce champ de fuite à une lentille mince de longueur focale $\rho \cotg \varepsilon'$, la lentille étant convergente quand le rayon axial est dévié vers la normale à la face d'entrée des pièces polaires. ($\varepsilon' > 0$). Le champ de fuite dans le plan vertical est équivalent à deux lentilles minces séparées par une distance $\rho\varphi$. La matrice de transfert de l'ensemble dans le plan vertical s'écrit donc :

$$\begin{pmatrix} 1 - \varphi \operatorname{tg} \varepsilon' - \frac{\operatorname{tg} \varepsilon' + \operatorname{tg} \varepsilon'' - \varphi \operatorname{tg} \varepsilon' \operatorname{tg} \varepsilon''}{\rho} & \\ \rho\varphi & 1 - \varphi \operatorname{tg} \varepsilon'' \end{pmatrix}$$

$$\text{d'où : } f_v = \frac{\rho}{\operatorname{tg} \varepsilon' + \operatorname{tg} \varepsilon'' - \varphi \operatorname{tg} \varepsilon' \operatorname{tg} \varepsilon''}$$

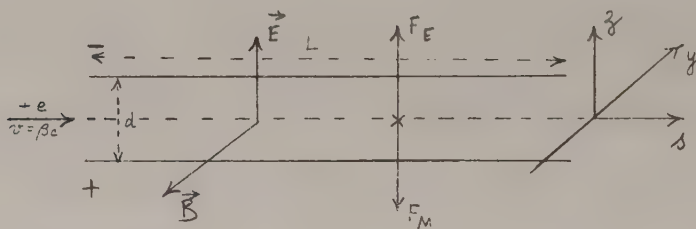
Dans la région du
champ de fuite :

$$\vec{B} \quad \begin{array}{c} 0 \\ B_y \\ B_z \end{array}$$



Dans notre cas particulier, les pièces polaires disposées de façon symétrique par rapport au faisceau, les angles ϵ' et ϵ'' sont égaux et les distances focales sont les mêmes dans les deux plans (voir ch.III, p.16).

3/ Le séparateur électrostatique



Un séparateur électrostatique est essentiellement composé de deux plaques parallèles de longueur L distantes de d . Un potentiel V entre les plaques crée un champ électrique constant $\vec{E}$ vertical : $\vec{E} = \frac{V}{d}$.

D'autre part, on crée un champ magnétique uniforme perpendiculaire à la direction du champ électrique et à la direction de propagation du faisceau.

a) Force électrique :

$$\vec{F}_e = e \vec{E} = \frac{dp}{dt}$$

$$t = \frac{L}{\beta c} \quad \text{d'où} \quad p_z = \frac{1}{\beta} \frac{L}{d} \frac{eV}{c} \quad p_s \neq p$$

La déviation électrique est alors : $\alpha = \frac{p_z}{p}$

$$\alpha_e = \frac{1}{\beta} \frac{L}{d} \frac{eV}{pc}$$

b) Force magnétique

$$\vec{F}_M = \frac{e}{c} \vec{v} \wedge \vec{B} = \frac{dp}{dt} \vec{e}_z$$

d'où :

$$p_z = - \frac{e B L}{c}$$

et la déviation magnétique est :

$$\alpha_M = - \frac{e B L}{pc}$$

La déviation totale s'écrit : $\alpha = \alpha_E + \alpha_M = \frac{eL}{pc} \left(\frac{E}{\beta} - B \right)$

E en ues, B en gauss.

La condition de non-déviation est donc : $E^{ues} = \beta \cdot B^{gauss}$

soit :

$$V^{volts} = 300 \beta \cdot d^{cm} B^{gauss}$$

Si on pose $\beta_0 = \frac{E}{B}$, vitesse de la particule non déviée :

$$\alpha = \frac{eV}{pc} \frac{L}{d} \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta_0} \right)$$

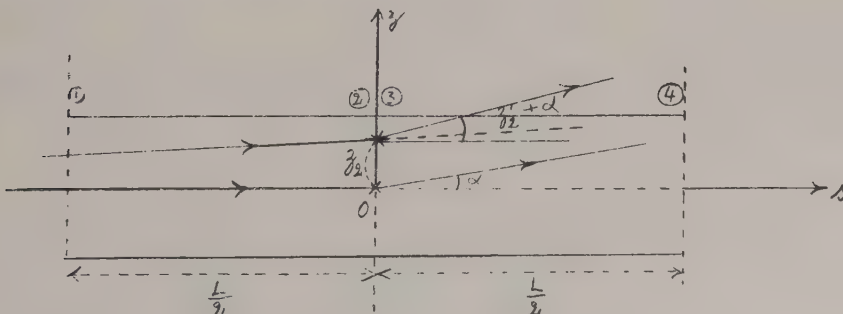
Nous utiliserons cette formule sous la forme pratique :

$$\alpha_{1,2}^{mr} = 10^{-3} \frac{L}{d} V^{K.volts} \frac{1}{p^{Bev/c}} \left(\frac{1}{\beta_1} - \frac{1}{\beta_2} \right)$$

séparation angulaire entre les particules 1 et 2.

Le système fonctionne comme un spectromètre de vitesse. La particule de masse supérieure, ayant une vitesse plus faible, subit plus longtemps l'effet du champ électrique et est déviée davantage. L'induction magnétique n'intervient pas dans la séparation. Elle sert principalement à redresser la trajectoire moyenne et réduit les aberrations chromatiques.

Représentation du séparateur par une matrice 3 x 3.



L'action du séparateur sur un rayon peut être décomposée en une simple déviation α au centre des plaques, précédée et suivie d'un glissement $\frac{L}{2}$.

Pour un rayon faisant un angle z'_2 avec l'axe :

$$z_3 = z_2 \quad \text{et} \quad z'_3 = z'_2 + \alpha$$

Soit :

$$z'_3 = 1 \times z'_2 + 0 \times z_2 + \alpha \times 1$$

$$z_3 = 0 \times z'_2 + 1 \times z_2 + 0 \times 1$$

avec :

$$1 = 0 \times z_2 + 0 \times z'_2 + 1 \times 1$$

D'où la matrice qui fait passer de (2) à (3) :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

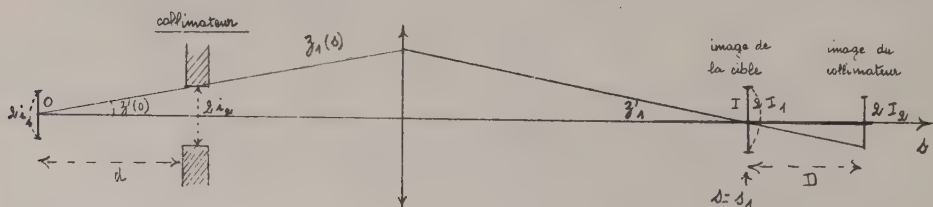
Pour le séparateur tout entier, il suffit de multiplier à droite et à gauche par la matrice de glissement correspondant à $\frac{L}{2}$:

$$\begin{pmatrix} z'_4 \\ z_4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{L}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{L}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z'_1 \\ z_1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Cette représentation est surtout utilisée pour les séparateurs haute-fréquence.

IV - CALCUL DES ABERRATIONS CHROMATIQUES

Comme les lentilles des systèmes optiques, les lentilles magnétiques ne sont pas parfaites. La dépendance de la distance focale avec l'impulsion, (nous avons vu qu'en première approximation $\frac{1}{f}$ est proportionnel à p) entraîne un accroissement de la dimension des images. Nous nous intéressons ici principalement au plan vertical et calculerons la quantité Δz_f due à ces aberrations.



A l'intérieur d'une lentille magnétique, dans le plan vertical la trajectoire de la particule d'impulsion centrale p satisfait à l'équation :

$$z'' = \frac{dz'}{ds} = kz \quad k \text{ étant inversement proportionnel à } p$$

Pour une particule de $\frac{\Delta p}{p} = +\epsilon$:

$$\frac{\Delta k}{k} = -\frac{\Delta p}{p} = -\epsilon$$

et la trajectoire de cette particule est définie par l'équation :

$$z'' = \frac{dz'}{ds} = k(1 - \epsilon)z$$

z et z' deviennent des fonctions de ϵ .

Soit la fonction $M(s)$ définie pour toute valeur de s par :

$$M(s) = z \frac{dz'}{d\epsilon} - z' \frac{dz}{d\epsilon} + zz'$$

$$\frac{dM}{ds} = z \frac{dz''}{d\epsilon} - z'' \frac{dz}{d\epsilon} + z'^2 + z \frac{dz'}{ds}$$

en tenant compte des relations :

$$z'' = k(1 - \epsilon)z$$

et :

$$\frac{dz''}{d\epsilon} = -kz + k(1 - \epsilon) \frac{dz}{d\epsilon}$$

il vient :

$$\frac{dM}{ds} = -k\epsilon z^2 + z'^2$$

$$\left(\frac{dM}{ds}\right)_{\text{pour } \epsilon=0} = z'^2$$

et

$$M(s)_{\epsilon=0} = M(0) + \int_0^s z'^2 ds$$

Calculons la quantité $M(s)$ pour une trajectoire caractéristique $z_1(s)$:

Au point 0 à l'objet :

$$z_1(0) = 0$$

$$\frac{dz}{d\epsilon}(0) = 0 \quad \text{et} \quad M(0) = 0$$

d'où :

$$M_1(s) = \int_0^s z_1'^2 ds$$

Au point I à l'image :

$$z_1(s_1) = 0$$

$$M_1(s) = -z_1' \frac{dz_1}{d\epsilon}$$

d'où :

$$\left(\frac{dz_1}{d\epsilon}\right)_{\epsilon=0} = -\frac{M_1(s_1)}{z_1'} = -\frac{1}{z_1'} \int_0^{s_1} z_1'^2 ds$$

or $z'_1 = +\frac{I_2}{D}$.

Les quantités i_1 , i_2 , I_1 , et I_2 sont en valeurs algébriques :

$$\left(\frac{dz_1}{d\varepsilon}\right)_{\varepsilon=0} = -\frac{D}{I_2} M_1(s_1) = -\frac{D}{I_1 I_2} M_1(s_1) = -4 I_1 \frac{M_1(s_1)}{A}$$

avec $A = \frac{4 I_1 I_2}{D} = \frac{4 i_1 i_2}{d}$: admittance du faisceau.

Si on écrit pour la dimension verticale de l'image :

$$I_v = I_1 + \varepsilon \frac{dz}{d\varepsilon} \quad I_1 : \text{image géométrique}$$

il vient :

$$I_v = I_1 \left[1 + \frac{4\varepsilon}{A} M(s_1) \right]$$

$M(s_1)$ est une grandeur qui croît toujours le long du faisceau, alors que l'admittance est une constante. On voit d'après la forme de M qu'il faut éviter les focalisations brusques qui tendent à augmenter les angles des rayons avec l'axe du faisceau.

Le terme d'aberrations chromatiques peut encore s'écrire :

$$\Delta Z_f = -\varepsilon I_1 \frac{d}{i_1 i_2} M_1(s_1)$$

Or $\frac{I_1}{i_1} = G$ et $\frac{i_2}{d} = z'(o)$

d'où :

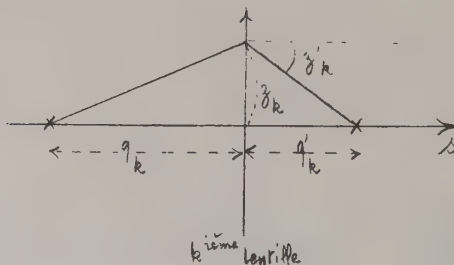
$$\Delta Z_f = -G_v z'(o) \cdot Q \cdot \frac{\Delta p}{p}$$

avec :

$$Q = \frac{M_1(s_1)}{z'(o)^2} = \int_0^{s_1} \left[\frac{z'_1(s)}{z'(o)} \right]^2 ds$$

Calcul des aberrations dans l'Approximation des lentilles minces

Soit un ensemble de n lentilles minces. Calculons pour la $k^{\text{ième}}$ len-



tille la variation de la dimension verticale de l'image correspondant à une variation quelconque de la distance focale $\Delta \left(\frac{1}{f_k} \right)$.

Toute variation $\Delta \left(\frac{1}{f_k} \right)$ entraîne une variation d'angle $\Delta z'_k$: en effet :

$$z'_k = - \frac{z_k}{q'_k}$$

$$\Delta \left(\frac{1}{q'_k} \right) = \Delta \left(\frac{1}{f_k} \right) \quad \text{pour } q_k \text{ constant}$$

et

$$\Delta z'_k = - z_k \Delta \left(\frac{1}{f_k} \right)$$

L'effet sur l'image finale sera :

$$\begin{pmatrix} \Delta z'_f \\ \Delta z_f \end{pmatrix} = S_f^k \begin{pmatrix} -z_k \Delta \left(\frac{1}{f_k} \right) \\ 0 \end{pmatrix}$$

d'où :

$$\Delta z_f = -(S_f^k)_{21} z_k \Delta \left(\frac{1}{f_k} \right)$$

Or :

$$S_f^o = S_f^k S_k^o$$

donc :

$$S_f^k = S_f^o (S_k^o)^{-1}$$

Le système total étant convergent la matrice S_f^o est de la forme :

$$S_f^o = \begin{vmatrix} \frac{1}{G_v} & b \\ 0 & G_v \end{vmatrix}$$

G_v grandissement vertical.

D'autre part, si

$$S_k^o = \begin{vmatrix} (S_k^o)_{11} & (S_k^o)_{12} \\ (S_k^o)_{21} & (S_k^o)_{22} \end{vmatrix}$$

$$(S_k^o)^{-1} = \begin{vmatrix} (S_k^o)_{22} & -(S_k^o)_{12} \\ -(S_k^o)_{21} & (S_k^o)_{11} \end{vmatrix}$$

avec $\det S = 1$.

Il vient donc :

$$\Delta z_f = G_v z_k (S_k^o)_{21} \Delta \left(\frac{1}{f_k} \right)$$

Calculons z_k :

$$\begin{vmatrix} z'_k \\ z_k \end{vmatrix} = S_k^o \begin{vmatrix} z'_o \\ z_o \end{vmatrix} \quad \text{et pour } z(o) = 0 \quad z_k = (S_k^o)_{21} z'(o)$$

D'où l'expression de Δz_f pour un $\Delta\left(\frac{1}{f_k}\right)$ provenant de la $k^{\text{ième}}$ lentille :

$$\Delta z_f = G_v z'(o) (S_k^o)_{21}^2 \Delta\left(\frac{1}{f_k}\right)$$

Cas des aberrations chromatiques

$$\Delta\left(\frac{1}{f_k}\right) = -\frac{1}{f_k} \frac{\Delta p}{p}$$

et

$$\Delta z_f = -G_v \cdot z'(o) \cdot \sum_k [(S_k^o)_{21}]^2 \frac{1}{f_k} \cdot \frac{\Delta p}{p}$$

d'où une expression de Q dans l'approximation des lentilles minces, facilement calculable à partir des matrices de transfert :

$$Q = \sum_{k \text{ lentilles}} \frac{[(S_k^o)_{21}]^2}{f_k}$$

Cette quantité caractérise les aberrations du faisceau et est homogène à une longueur.

On écrit alors :

$$\Delta Z_f = -G_v \cdot z'(o) Q \cdot \frac{\Delta p}{p}$$

c'est cette formule que nous utiliserons dans les calculs d'optimisation.

Aberrations chromatiques du séparateur électrostatique.

Dans le cas particulier du séparateur, le fait d'accepter des particules ayant des valeurs d'impulsion comprises entre $p_o - \Delta p$ et $p_o + \Delta p$ entraîne un chevauchement des images.

Calculons $\frac{dz}{dp}$.

La séparation spatiale z est proportionnelle à la déviation α :

$$z \text{ prop. à } \frac{1}{p} \left(\frac{E}{\beta} - B \right)$$

$$dz \text{ prop. à } -\frac{dp}{p^2} \left(\frac{E}{\beta} - B \right) + \frac{1}{p} \left(-\frac{E d\beta}{\beta^2} \right)$$

or

$$\frac{d\beta}{\beta^2} = \frac{1 - \beta^2}{\beta} \frac{dp}{p}$$

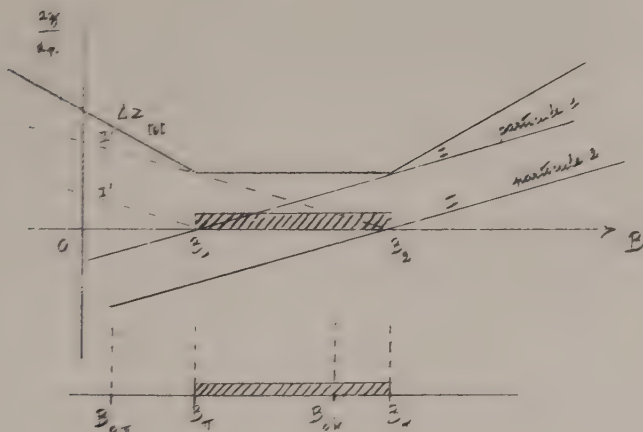
d'où :

$$\frac{dz}{dp} \text{ prop. à } \frac{1}{p^2} \left\{ \frac{E}{\beta} (\beta^2 - 2) + B \right\}$$

c'est une fonction linéaire de l'induction magnétique B. Pour une tolérance $\pm \Delta p$, l'aberration totale s'écrit :

$$\Delta Z_{\text{tot}} = \left[\left| \frac{dz_1}{dp} \right| + \left| \frac{dz_2}{dp} \right| \right] \Delta p$$

somme des variations pour chaque particule.



Si l'on représente sur un graphique ces variations en fonction de B il faut ajouter les droites I + II et I' + II' (parties négatives changées de signe).

On voit que ΔZ_{tot} présente un palier entre les valeurs :

$$B_1 = \frac{E}{\beta_1} (Z - \beta_1^2) \quad \text{et} \quad B_2 = \frac{E}{\beta_2} (Z - \beta_2^2)$$

Si B_{0i} est le champ magnétique pour lequel la particule n'est pas déviée, on peut écrire :

$$B_{0i} = \frac{E}{300} \frac{1}{\beta_i} \quad \text{et} \quad B_i \neq B_{0i} \left[1 + \left(\frac{m_i}{p} \right)^2 \right]$$

Appliquons ceci à la séparation des π et des K, nous voyons que B_{0K} , champ magnétique qui permet d'obtenir des mésons K dans la fente située dans l'axe du faisceau, est situé dans la bande qui rend minimum les aberrations chromatiques.

CHAPITRE II

CALCUL DES PARAMÈTRES DU FAISCEAU

Nous allons exposer maintenant une méthode de calcul des différents paramètres caractérisant le système de transport qui permet d'obtenir un faisceau séparé de mésons K^+ produits par des protons de 2,8 Gev frappant une cible intérieure à Saturne.

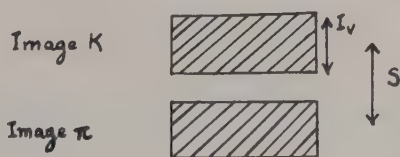
I - LES CONDITIONS ET LES DONNEES DU FAISCEAU SEPARÉ

Le choix de l'impulsion moyenne, $p = 1 \text{ Bev}/c$, est déterminé principalement par l'intérêt des expériences possibles avec un faisceau de K^+ de cette énergie. Des mesures ont été faites jusqu'à $0,8 \text{ Bev}/c$ environ, d'autre part l'énergie des protons de Saturne ne permet pas d'obtenir avec une intensité raisonnable des K^+ d'impulsion supérieure à $1,3 \text{ Bev}/c$, le domaine $0,8 - 1,3 \text{ Bev}/c$ semble donc le plus favorable pour des expériences à Saclay.

L'angle d'émission du faisceau, $\phi = 18^\circ 30'$, est l'angle le plus faible possible dans les conditions d'encombrement de la section droite de Saturne et du premier quadrupôle.

Une donnée très importante du faisceau est le $\frac{\Delta p}{p}$ total accepté, le nombre de particules passant dans la fente étant proportionnel à ce $\frac{\Delta p}{p}$. Pour avoir une intensité raisonnable (de l'ordre de un méson K par cycle de machine), on est amené à admettre un $\frac{\Delta p}{p}$ total de 5 %. C'est une limite supérieure à la fois pour l'expérience et pour la contamination qui croît avec la bande d'impulsion.

La dernière constante est enfin le rapport de séparation : $\eta = \frac{S}{I_v}$. S étant la séparation verticale entre l'image des π et l'image des K et I_v la dimension verticale de ces images, compte-tenu des aberrations.



Ce rapport doit être aussi grand que possible, mais on est limité d'autre part par des considérations techniques (champ maximum sur le séparateur). On le choisit égal à $3/2$.

II - LES PRINCIPES DE L'OPTIQUE

Le principe de sélection des particules est le suivant :

a) Analyse en impulsion dans le plan horizontal

L'aimant analyseur agit sur le faisceau de particules comme un prisme sur un faisceau de lumière blanche. L'angle de déviation φ est inversement proportionnel à la quantité de mouvement.

D'où :

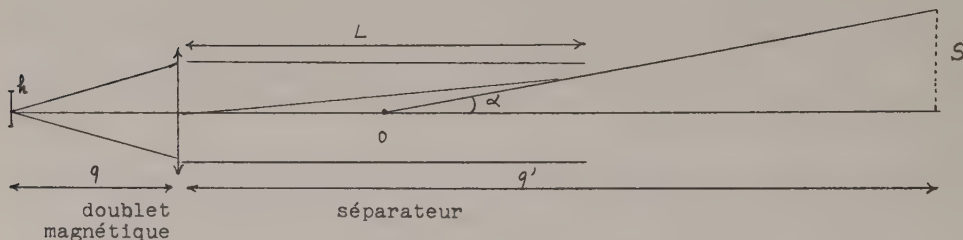
$$\frac{\Delta p_1}{p} = - \frac{\Delta \varphi}{\varphi}$$

Δp_1 est la bande d'impulsion acceptée par les collimateurs horizontaux dans le cas d'une source ponctuelle.

Comme nous le verrons plus loin, l'intensité est proportionnelle à l'angle φ , aussi choisirons-nous cet angle le plus grand possible, compatible avec l'aimant dont on dispose.

b) Séparation en $p\beta$ dans le plan vertical

Considérons le schéma très simplifié :



Un doublet magnétique supposé placé juste à l'entrée du séparateur focalise directement à une distance q' les rayons provenant de la cible de hauteur h . Dans le plan image, la séparation entre π et K par exemple est :

$$S = \alpha_{\pi K} \left(q' - \frac{L}{2} \right)$$

et

$$I_v = \frac{q'}{q} h$$

d'où :

$$\eta = \frac{S}{I_v} = \alpha \frac{q}{h} \left(1 - \frac{L}{2q'} \right)$$

η est d'autant plus grand que $q' \gg L$. On a donc intérêt à rendre le faisceau parallèle à l'intérieur du séparateur. Un deuxième doublet peut ensuite refocaliser le faisceau sur la fente. Il n'y a pas d'image intermédiaire.

L'allure du faisceau dans les deux plans est représentée figure 1 (Schéma de principe).

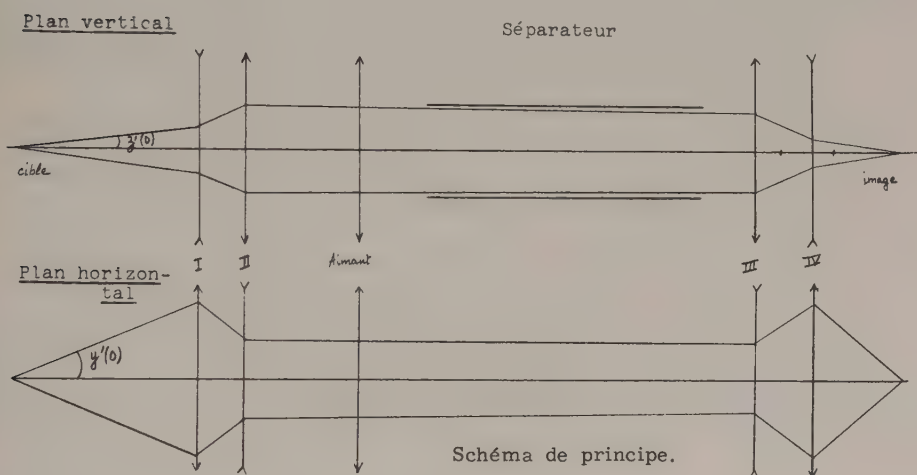
Cette disposition (premier quadrupôle convergent horizontalement) permet d'obtenir une ouverture maximum dans le plan horizontal, la distance q étant d'autre part limitée par l'encombrement du premier quadrupôle. (De plus, le champ de ce quadrupôle ne doit pas perturber le faisceau de la machine).

III - LES EQUATIONS FONDAMENTALES

1/ Intensité du faisceau

$\mathcal{N}$, le nombre de mésons K^+ passant dans la fente, peut s'écrire :

$$\mathcal{N} = K y'(0) z'(0) g(l) f(h) \frac{\Delta p_1}{p} e^{-\frac{l}{\lambda}}$$



Explicitons les différents termes :

- le facteur K dépend de :

l'impulsion p du faisceau, l'énergie et le nombre de protons frappant la cible, la nature de l'élément composant la cible. L'énergie T_p des protons incidents est choisie maximum, soit 2,8 Bev, la production des K^+ étant une fonction croissante de l'énergie des protons jusqu'à 6 Bev au moins.

- $y'(0)$ et $z'(0)$ sont les demi-angles d'ouverture dans les deux plans.

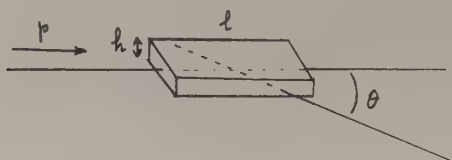
- $g(l)$ et $f(h)$ sont des fonctions des dimensions de la cible qui jouent également un rôle dans l'optique.

- Δp_1 : bande d'impulsion définie par l'analyse magnétique.

- $e^{-\frac{l}{\lambda}}$: facteur de désintégration. A 1 Bev/c, le libre parcours moyen λ des K^+ est de 7,40 m. Après une longueur de 20 m, il ne reste que 6,7 % des K^+ émis à la cible. Ce facteur de perte est de loin le plus important. On peut écrire :

$$N_K = N_0 e^{-1,35 \frac{L_{cm}}{p_{MeV/c}}}$$

En première approximation, $\mathcal{N}$ croît avec l'angle solide $\Omega = 4 \pi y'(0) z'(0)$,
 h , 1 , $\frac{\Delta p_1}{p}$ et diminue avec la longueur du faisceau.

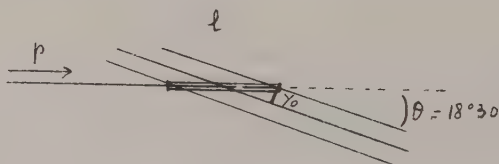


2/ Dimension verticale de l'image.

La dimension verticale de l'image doit être petite si nous voulons avoir un bon rapport de séparation. I_v comprend plusieurs termes :

$I_v = G_v h$	image géométrique
$+ G_v z'(0) Q \frac{\Delta p}{p}$	aberrations chromatiques
$+ G_v z'(0) [(S_k^0)_{21}]^2 \Delta \left(\frac{1}{f_k} \right)$	aberrations sphériques
$+ G_v z'(0) \frac{1}{2} \cos \vartheta$	aberrations de profondeur de champ.

[Calcul des aberrations de profondeur de champ



Pour une cible ponctuelle :

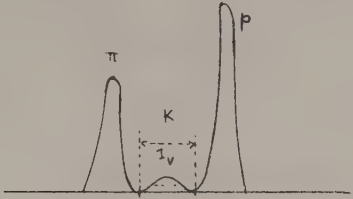
$$\begin{vmatrix} \Delta z'_f \\ \Delta z_f \end{vmatrix} = S_f^0 \begin{vmatrix} z'(0) \\ 0 \end{vmatrix}$$

Pour une cible de longueur l :

$$\begin{vmatrix} \Delta z'_f \\ \Delta z_f \end{vmatrix} = S_f^0 \begin{vmatrix} \frac{1}{2} \cos \vartheta & 0 \\ \frac{1}{2} \cos \vartheta & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} z'(0) \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{D'où : } \Delta z_f = G z'(0) \cdot \frac{1}{2} \cos \vartheta = G z'(0) \frac{Y_0}{\tan \vartheta} = G z'(0) \frac{Y_0}{300} \quad]$$

La distribution des particules dans l'image totale est d'allure gaussienne. Il faut donc considérer la somme géométrique de tous ces termes et non pas par exemple la somme quadratique. En effet les particules parasites, protons et π , que nous voulons séparer des mésons K étant beaucoup plus nombreuses que les K, c'est bien la largeur totale de la courbe jusqu'au zéro absolu, qui doit entrer en jeu dans le rapport de séparation, et non la largeur à mi-hauteur.

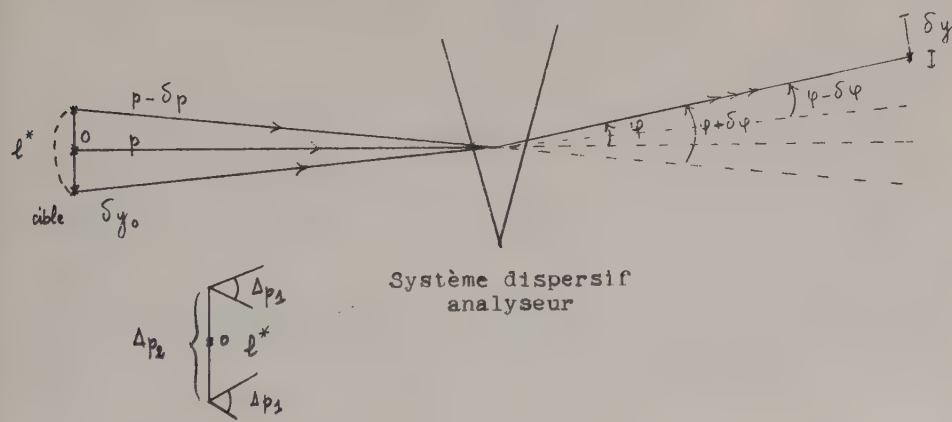


On remarque que les trois termes d'aberrations sont proportionnels à $G_v \cdot z'(0)$. Le troisième étant faible par rapport aux deux autres, (comme nous le verrons plus loin, p.17), nous n'en tiendrons pas compte pour le calcul du rapport de séparation η et de la dépendance de I_v avec l .

$[S_k^0]$ est la matrice qui, dans le plan vertical, fait passer de la cible à l'entrée de la lentille k. On diminue $\Delta(\frac{1}{f_k})$ qui représente les imperfections du quadropôle, par une modification locale du champ ("shimming").

La dispersion $\frac{\Delta p}{p}$ qui intervient dans les aberrations chromatiques est en fait la somme de deux composantes :

- Δp_1 : bande d'impulsion acceptée par le système "éclairé" par une source ponctuelle, terme intervenant dans l'intensité.
- Δp_2 : terme de "confusion" tenant compte de l'extension horizontale de la cible.



En effet, si la source est étendue, des particules, provenant de points différents de cette source, pourront converger au même point de l'image avec des quantités de mouvement différentes, réparties dans une bande d'impulsion Δp_2 .

On a :
$$\delta p = -p \frac{\delta \varphi}{\varphi} .$$

La même variation $\delta \varphi$ peut être obtenue soit par un déplacement de l'objet sans déplacement de l'image, soit par un déplacement de l'image : $\delta y = G_H \delta y_o$ sans déplacement de l'objet.

Comme $\delta \varphi$ ne dépend que de δy on peut écrire :

$$\delta p = \frac{dp}{dy} \delta y$$

et
$$\Delta p_2 = \frac{dp}{dy} G_H l^*$$

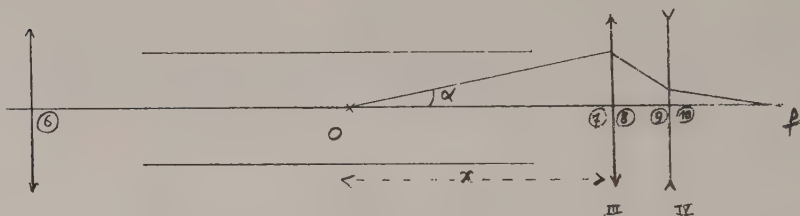
l^* est la longueur de la cible vue sous $18^\circ 30'$:

$$l^* = l \sin \theta$$

D'où l'expression du $\frac{\Delta p}{p}$ total :

$$\varepsilon = \frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta p_1}{p} + \frac{1}{p} \frac{dp}{dy} G_H l^*$$

3/ Calcul du rapport de séparation $\eta = \frac{S}{I_v} .$



Considérons la trajectoire centrale déviée d'un angle α dans le plan vertical par le séparateur, le sommet de cet angle α étant au centre o des plaques parallèles.

Si nous appelons $[S_f^7]$ la matrice qui fait passer, dans le plan vertical, de la lentille III (point ⑦) à l'image finale et x la distance du point o au point ⑦, nous avons :

$$\begin{bmatrix} z_f' \\ z_f \end{bmatrix} = [S_f^7] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \end{bmatrix}$$

Or $[S_f^7] = S_f^0 (S_f^0)^{-1}$

d'où : $z_f = G_v \alpha [x (S_f^0)_{11} - (S_f^0)_{21}]$

Si nous appelons S_{21}' l'expression entre crochets qui ne dépend que de l'optique :

$$z_f = S_{21}' \alpha G_v$$

avec $\Delta \alpha^{mr} = 10^{-3} V^{kv} \frac{L}{d} \frac{1}{p^{8ev/c}} \Delta \left(\frac{1}{\beta} \right)$

d'où :

$$S^{mm} = G_v \cdot [S_{21}']^m \cdot 10^{-3} V^{kv} \frac{L}{d} \frac{1}{p^{8ev/c}} \Delta \left(\frac{1}{\beta} \right)$$

S et L_v étant proportionnels à G_v , le rapport de séparation est indépendant du grandissement vertical.

$$\eta = \frac{10^{-3} [S_{21}'] V \frac{L}{d} \frac{1}{p} \Delta \left(\frac{1}{\beta} \right)}{h + Qz'(o) \frac{\Delta p}{p} + \text{termes prop. à } z'(o)}$$

Pour améliorer η , il faut diminuer h , $z'(o)$, Q , $\frac{\Delta p}{p}$. Nous voyons que ces conditions sont incompatibles avec une forte intensité. Pour concilier les deux exigences, il faut optimiser un certain nombre de paramètres. Nous traiterons séparément le plan horizontal et le plan vertical.

IV - OPTIMISATION DANS LE PLAN HORIZONTAL

Nous avons vu que l'intensité croît avec l , mais l'extension horizontale de la cible introduit une confusion en impulsion Δp_2 . Puisque le $\frac{\Delta p}{p}$ total est fixé a priori, augmenter l revient à réduire $\frac{\Delta p_1}{p}$ qui intervient dans l'intensité. Il existe donc une valeur optimum pour l .

Dans le plan horizontal :

$$\mathcal{R} = A y'(o) \cdot g(l^*) \cdot \frac{\Delta p_1}{p} \quad \text{avec} \quad g(l^*) = g(l \sin \vartheta)$$

$$= A y'(o) \cdot g(l^*) \left[\frac{\Delta p}{p} - \frac{1}{p} \frac{dp}{dy} G_H l^* \right]$$

$y'(o)$ ne réagit pas sur l'image verticale et peut être pris aussi grand que possible. Sa valeur est déterminée uniquement par la géométrie. D'après la disposition des lentilles (voir figure 1), on voit que $y'(o)$ peut être limité soit par le premier quadrupôle soit par le dernier. Ceci sera fixé en même temps que l'optique.

La valeur de l^* correspondant à l'intensité maximum sera donnée par l'équation $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial l^*} = 0$.

(Dans le calcul qui suit nous négligeons la dépendance de $Y'(0)$ avec l et le terme de profondeur de champ).

d'où
$$l^* + \frac{g}{g'} = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{p} \frac{dp}{dy} G_H}$$

En première approximation, supposons $g(l^*) = kl^*$

il vient

$$l^* = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon}{\frac{1}{p} \frac{dp}{dy} G_H}$$

et $\frac{\Delta p_1}{p} = \frac{\Delta p_2}{p} = \frac{\varepsilon}{2}$.

Dans les conditions optima, la dispersion et la confusion apportent la même contribution au $\frac{\Delta p}{p}$ total.

D'autre part, l'accroissement de l'image horizontale dû à la dispersion est :

$$y = \frac{\Delta p_1}{\frac{dp}{dy}} = \frac{\Delta p_1}{p} \frac{1}{\frac{1}{p} \frac{dp}{dy}}$$

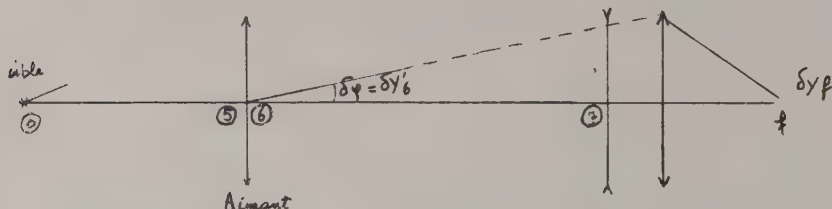
comme $\frac{\Delta p_1}{p} = \frac{\varepsilon}{2} \quad \Delta y = G_H l^*$

donc :

$$I_H = 2 G_H l^*$$

Calcul de $\frac{1}{p} \frac{dp}{dy}$

C'est une quantité purement géométrique caractéristique du système dispersif.



Soit une source ponctuelle. A une variation d'impulsion δp correspond une variation $\delta \varphi$ de l'angle de déviation de l'aimant :

$$\delta \varphi = \delta Y'_6 = - \varphi \frac{\delta p}{p}$$

A l'image finale :

$$\begin{vmatrix} \delta Y'_f \\ \delta Y_f \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} T_f^6 \\ \end{bmatrix} \begin{vmatrix} \delta Y'_6 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\delta Y_f = (T_f^6)_{21} \delta Y'_6 = - \varphi (T_f^6)_{21} \frac{\delta p}{p}$$

d'où

$$\frac{1}{p} \frac{\delta p}{\delta Y_f} = - \frac{1}{\varphi (T_f^6)_{21}}$$

Or

$$(T_f^6)_{21} = - G_H (T_6^0)_{21}$$

d'où

$$\frac{1}{p} \frac{dp}{dy} = \frac{1}{\varphi G_H (T_6^0)_{21}}$$

et

$$l^* = \frac{1}{2} \varphi (T_6^0)_{21} \frac{\Delta p}{p}$$

expression indépendante de G_H .

Si on veut tenir compte de l'atténuation du nombre de protons primaires à l'intérieur de la cible, il faut prendre pour $g(l)$ une forme exponentielle :

$$g(l) \text{ proportionnel } \lambda \left(1 - e^{-\frac{l}{\lambda}} \right)$$

et l est donné par l'équation :

$$1 + \lambda \left(e^{\frac{l}{\lambda}} - 1 \right) = \varphi \cdot \varepsilon \cdot (T_6^0)_{21} \frac{1}{\sin \vartheta}$$

V - OPTIMISATION DANS LE PLAN VERTICAL

L'intensité croît avec h et $z'(o)$, mais l'expression de la dimension verticale de l'image est une somme de deux termes, l'un contenant h (image géométrique), l'autre $z'(o)$ (aberrations chromatiques). On ne peut donc augmenter simultanément h et $z'(o)$, et nous devons calculer les valeurs optima.

Mais $z'(o)$ dépend de la distance d des plaques du séparateur.

$$z'(o) = ad$$

a ne dépend que de l'optique. Nous pouvons négliger dans ce calcul la dépendance de $z'(o)$ avec h .

Or la séparation est aussi fonction de d par l'intermédiaire du champ maximum que l'on peut admettre entre les plaques.

$$E_{\max} = F(d) \quad (\text{loi empirique})$$

Nous avons :

$$S^{mm} = C \cdot G_v F(d)$$

avec

$$C = S'_{21} \cdot 10^{-3} \cdot L \cdot \frac{1}{p} \cdot \Delta \left(\frac{1}{\beta} \right)$$

Les deux conditions d'optimisation sont :

1/ rapport de séparation constant :

$$\eta = \frac{S}{I_v} = \frac{C F(d)}{h + \varepsilon Q a d}$$

d'où :

$$h = \frac{C}{\eta} F(d) - \varepsilon Q a d$$

2/ intensité maximum :

$$N = K z'(0) \cdot h = a K \left[\frac{C}{\eta} d F(d) - \varepsilon Q a d^2 \right]$$

La condition $\frac{\partial N}{\partial d} = 0$ conduit à l'équation déterminant d :

$$F'(d) + \frac{F(d)}{d} = \frac{2 \varepsilon Q a \eta}{C}$$

La loi empirique est de la forme :

$$E_{\max} = \frac{B}{\sqrt{d}}$$

d'où :

$$d^{3/2} = \frac{C B}{4 \varepsilon Q a \eta}$$

et

$$h = \frac{C B}{\eta \sqrt{d}} - \varepsilon Q a d$$

Ces relations permettent d'écrire h sous la forme :

$$h = 3 \varepsilon Q z'(0) \quad \text{d'où} \quad I_v = \frac{4}{3} G_v h$$

Comme nous le verrons plus loin dans les applications numériques la valeur de d calculée par cette méthode pour la plus basse impulsion 0,8 GeV/c est 68 mm. Mais, d'une part la construction du séparateur ne permet pas de faire varier la distance des plaques d'une manière continue et seulement trois valeurs sont possibles : 5, 10 et 15 cm.

D'autre part, pour une valeur trop faible de d, la diffusion multiple des protons sur les plaques devient très importante et entraîne une contamination de l'image des K. Pour la valeur intermédiaire d = 10 cm, nous sommes sûrs que, même pour les basses impulsions, la contamination des

protons est négligeable. Nous choisissons donc cette valeur de d, et nous laissons d constant pour le calcul d'optimisation.

Les deux paramètres qui restent à calculer sont h, et z'(o) que l'on fait varier maintenant uniquement par un collimateur.

Nous imposons toujours :

$$\frac{1}{\eta} = \frac{h + Q z'(o) \epsilon}{S'_{21} \alpha} \qquad \text{constant}$$

et $N = f(h) \cdot z'(o)$ maximum

si $k = \frac{S'_{21} \alpha}{\eta}, \qquad z'(o) = \frac{h - k}{\epsilon Q}$

La condition $\frac{\partial N}{\partial h} = 0$ donne l'équation déterminant h :

$$h + \frac{f}{f'} = k$$

et $z'(o) = \frac{1}{\epsilon Q} \cdot \frac{f}{f'}$

Si nous admettons que f (h) est proportionnel à h (l'instabilité de la machine ne nous a pas permis de déterminer cette fonction), il vient :

$$h = \frac{k}{2}$$

$$z'(o) = \frac{k}{2 \epsilon Q}$$

soit $h = \epsilon Q z'(o)$

d'où $I_v = 2 G_v h$

il y a égalité entre le terme géométrique et le terme d'aberration.

VI - OPTIMISATION DE L'OPTIQUE

Reprenons l'expression de l'intensité pour étudier le rôle des différents termes compte-tenu des calculs d'optimisation :

$$N = K \ y'(o) \cdot z'(o) \ g(l) \cdot f(h) \cdot \frac{\Delta P_1}{p} \ e^{-\frac{1}{\lambda}}$$

- La contribution du plan horizontal est :

$$g(l) \cdot y'(o) = \frac{1}{2} \ \varphi \ (T_6^o)_{21} \cdot \frac{\Delta P}{p} \cdot y'(o)$$

dans l'approximation g(l) = 1.

N est proportionnel à l'angle φ de déviation de l'aimant d'analyse.

- Dans le plan vertical, nous avons à l'optimum :

$$f(h) \cdot z'(0) = \frac{(S'_{21})^2 \alpha^2}{4\eta^2 Q \frac{\Delta P}{P}}$$

α dépend de p , L , $\Delta \left(\frac{1}{\beta} \right)$ qui sont fixés, et il est proportionnel au champ maximum qui intervient donc dans l'intensité par son carré.

D'autre part :

$$(S'_{21}) = [x(S_7^0)_{11} - (S_7^0)_{21}]$$

En séparant les termes qui ne proviennent que de l'optique, il vient :

$$N = K' \cdot \varphi \cdot \frac{E_{\max}^2}{\eta^2} \cdot y'(0) \cdot \frac{\Delta P}{P} \cdot \left[\frac{(T_6^0)_{21} \cdot (S'_{21})^2}{Q} \right] e^{-\frac{1}{\lambda}}$$

1/ L'intensité est proportionnelle au $\frac{\Delta P}{P}$ total. Comme nous l'avons remarqué au début, le compromis entre une bonne définition en impulsion et un nombre raisonnable de mésons K^+ à l'image, conduit au choix de $\frac{\Delta P}{P} = 5\%$. (v. p.17 l'évaluation de l'intensité).

2/ L'angle φ maximum compatible avec l'aimant pour 1,3 Bev/c est :

$$\varphi = 450 \text{ mr}$$

3/ Les mesures ont été effectuées avec un champ de 41 Kv/cm, maximum compatible avec un bon fonctionnement et une stabilité raisonnable.

4/ Il reste finalement à déterminer l'optique, c'est-à-dire la disposition des lentilles et les distances focales de façon à avoir le terme : $\left[\frac{(T_6^0)_{21} (S'_{21})^2}{Q} \right] e^{-\frac{1}{\lambda}}$ le plus grand possible.

La longueur minimum du faisceau du fait de l'encombrement des aimants et surtout du séparateur est déjà de 15 m. En faisant varier empiriquement les différents paramètres, on a calculé sur machine arithmétique Bull la solution correspondant au maximum pour le terme optique.

On obtient :

$$L = 20 \text{ m} \quad \text{d'où} \quad e^{-\frac{1}{\lambda}} = 6,7\% \text{ à } 1 \text{ Bev/c}$$

$$Q = 23,3 \text{ m}$$

Les grandissements théoriques sont :

$$G_v = -1,286$$

$$G_v = -1,443$$

Les matrices de transfert dans les deux plans sont données en annexe.

VII - VALEURS NUMERIQUES ET DISCUSSION

Dans toutes nos formules nous exprimerons les dimensions verticales en mm, les longueurs dans le sens du faisceau en m et les angles en milliradian (mr).

1/ Plan vertical.

a) Calcul des différentes valeurs de d

Nous avons :

$$d^{3/2} = \frac{B \cdot C}{4 \varepsilon Q a \eta}$$

$$B = E_{\max} \sqrt{d}$$

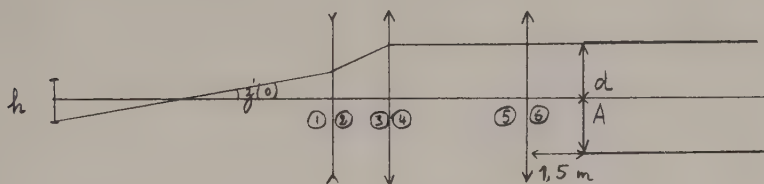
D'après nos mesures, nous pouvons prendre $B = 4,1 \text{ Kv/mm}$

$$C = (S'_{21}) \cdot 10^{-3} \text{ L}^{\text{mm}} \frac{1}{p^{\text{Bev/c}}} \Delta \left(\frac{1}{\beta} \right)$$

(dans l'équation du séparateur, L intervient par le rapport $\frac{L}{d}$ et doit être exprimé en mm).

L longueur effective des plaques du séparateur = 5560 mm. (voir p.2, ch.IV).

Calcul de a



Nous avons :

$$\begin{bmatrix} z'(A) \\ z(A) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1,5 & 1 \end{bmatrix} [S_6^o] \begin{bmatrix} z'(0) \\ -\frac{h}{2} \end{bmatrix}$$

d'où :

$$z'(0) = \frac{\frac{d}{2} - [1,5 (S_6^o)_{12} + (S_6^o)_{22}] \left[-\frac{h}{2} \right]}{1,5 (S_6^o)_{11} + (S_6^o)_{21}}$$

soit :

$$z'(0) = \frac{1}{14,7} d + \frac{0,9}{14,7} h$$

Nous négligeons le terme en h, et $a = \frac{1}{14,7}$. Il vient alors :

$p^{\text{Bev/c}}$	d^{mm}	h^{mm}	$z'(0)^{\text{mm}}$
0,8	68	15,8	4,6
1	45	11	3,1
1,3	26	6,4	1,8

Pour les raisons expliquées plus haut on choisit $d = 10$ cm.

b) Calcul de h et $z'(o)$.

$$h = \frac{k}{2\eta}$$

$$z'(o) = \frac{k}{2\eta Q \frac{\Delta p}{p}}$$

$$\text{avec } k = (S'_{21})^m \times \alpha^{mr}$$

$p^{\text{Bev/c}}$	h^{mm}	$z'(o)^{\text{mr}}$
0,8	8,8	7,5
1	4,6	4
1,3	2,2	1,85

$p^{\text{Bev/c}}$	$\alpha_{K\pi}^{\text{mr}}$	$S_{K\pi}^{\text{mm}}$
0,8	4,55	34
0,9	3,25	24,5
1	2,45	18,3
1,1	1,8	13,6
1,2	1,4	10,5
1,3	1,12	8,4

$$L = 556 \text{ cm}$$

$$V = 410 \text{ Kv}$$

$$d = 10 \text{ cm}$$

Nous avons choisi les valeurs :

$$h = 4 \text{ mm}$$

$$z'(o) = 4 \text{ mr}$$

conditions optima pour l'impulsion moyenne 1 Bev/c.

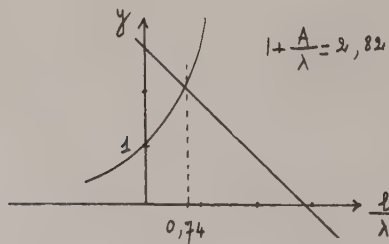
2/ Plan horizontal

- dans l'approximation $g(l)$ proportionnel à 1 :

$$1 = \frac{1}{2} \varphi(T_6^o)_{21} \frac{\Delta p}{p} \frac{1}{\sin \vartheta}$$

d'où $1 = 10,9 \text{ cm}$.

- en tenant compte de l'atténuation du faisceau de protons dans la cible :



l'équation déterminant l s'écrit :

$$1 + \lambda e^{\frac{l}{\lambda}} - \lambda = \frac{\varphi \varepsilon (T_6^0)_{21}}{\sin \frac{\varphi}{2}} = A$$

La résolution graphique de cette équation donne $\frac{1}{\lambda} = 0,74$.

Pour une cible de Cuivre, et en supposant la section efficace d'interaction des protons dans la cible égale à la section efficace géométrique :

$$\lambda = \frac{A^{1/3}}{\pi r_0^2 \mathcal{N} \rho} = 11,8 \text{ cm}$$

d'où : $l = 8,7 \text{ cm}$.

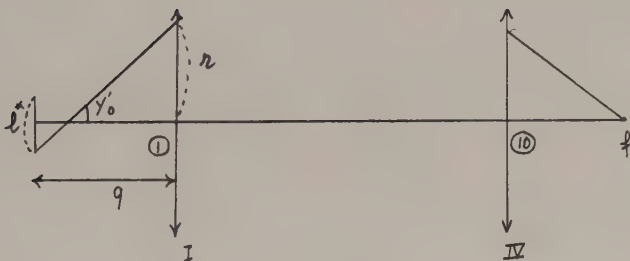
(A poids atomique, $\mathcal{N}$ nombre d'Avogadro, ρ densité, $r_0 = 1,4$ fermi).

3/ Angle solide

$$\Omega = 4 z'(o) \cdot y'(o)$$

$$z'(o) = 4 \text{ mr}$$

$$y'(o) = y'(o)_{\text{max}}$$



si la limite vient de Q_I :

$$y'(o)_{\text{max } I} = \frac{r + \frac{1}{2}}{q}$$

si elle vient de Q_{IV} , un calcul analogue à celui de $z'(o)$ conduit à :

$$y'(o)_{II} = \frac{r - (T_q^0)_{22} \frac{1}{2}}{(T_q^0)_{21}}$$

Or

$$Y'(o)_I = 24 \text{ mr}$$

$$Y'(o)_{II} = 114 \text{ mr}$$

La limite vient du premier quadrupôle. De plus, pour réduire les aberrations on a fixé $Y'(0)$ à 16,3 mr.

D'où : $\Omega = 4 \times 4 \text{ mr} \times 16,3 \text{ mr} = 0,265 \text{ mst}$

Contribution numérique des différents termes à l'image totale

Avec les valeurs numériques calculées plus haut, nous pouvons donner l'ordre de grandeur des différents termes de l'image totale :

Image géométrique = 5,2 mm

Terme d'aberrations chromatiques : 6 mm

Terme d'aberration de profondeur de champ : 0,6 mm

Soit 12 mm pour l'image totale, si nous supposons entièrement corrigées les aberrations de sphéricité. Ceci correspond bien à un rapport de séparation $\eta = \frac{S^{mm}}{I_v^{mm}} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$.

Evaluation de l'intensité

Nous pouvons donner aussi maintenant une évaluation du nombre de particules attendues à l'image, le facteur K intervenant dans l'intensité étant connu par des mesures antérieures faites dans un faisceau non séparé à peu près dans les mêmes conditions.

Nombre de particules émises à la cible, par 10^{10} protons incidents, par milliradian, par % de $\frac{\Delta p}{p}$ à 1 Bev/c :

protons : 3000

mésons π^+ : 1000

mésons K^+ : 18,7

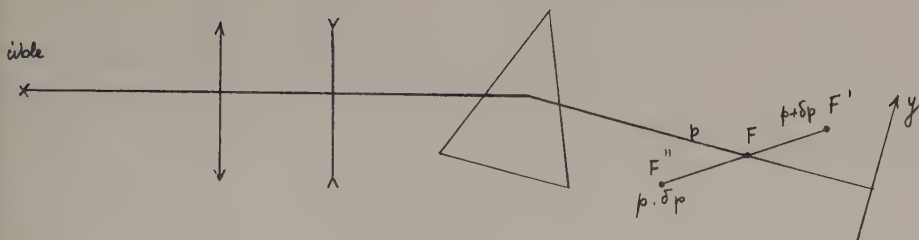
Dans notre faisceau séparé : $\Omega = 0,265 \text{ mst}$ $\frac{\Delta p_1}{p} = 2,5 \%$, pour les mêmes conditions de cible et d'énergie des protons :

A la cible	:	protons	:	2000	soit à 20 m	:	2000 p
		π	:	670			460 π
		K	:	12,5			0,55 K

VIII - CORRECTION DES ABERRATIONS CHROMATIQUES

Cette dernière optimisation est une tentative pour améliorer le rapport de séparation. Théoriquement, ce calcul est en contradiction avec les optimisations précédentes et il aurait fallu, une fois les aberrations chromatiques corrigées, reprendre la détermination des différents paramètres qui donnent la meilleure intensité. Nous ne l'avons pas fait et nous avons simplement considéré cette correction comme un facteur de sécurité pour le calcul du faisceau.

Nous avons vu que l'action focalisante des lentilles magnétiques n'est pas indépendante de l'impulsion, et qu'en première approximation f est proportionnel à p.



En combinant l'action de l'aimant d'analyse et le chromatisme des lentilles, on peut voir quelle est la forme de l'image finale :

- les particules de quantité de mouvement $p + \delta p$ sont moins déviées et moins focalisées, leur image F' sera plus éloignée.

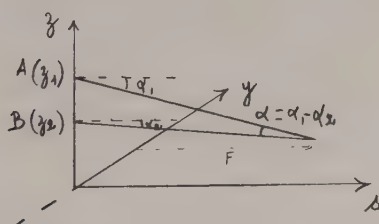
- les particules de quantité de mouvement $p - \delta p$ convergeront au contraire en un point plus proche F'' .

D'où l'image chromatique $F'F''$.

Par analogie avec l'optique où l'on combine des verres d'indices différents, on peut introduire une modification spatiale du champ telle que la focalisation verticale (pour une impulsion donnée) soit plus grande pour les y positifs que pour les y négatifs et corriger ainsi les aberrations chromatiques.

Une solution a été étudiée au Cern [réf. 1] pour le faisceau d'antiprotons rapides sous la forme d'une lentille spéciale : le sextupôle, placée à une image intermédiaire dans le plan horizontal (une telle image intermédiaire n'existe pas dans notre faisceau).

Le sextupôle



La convergence verticale est due à la composante B_y du champ.

α est proportionnel à B_y , c'est-à-dire à $\frac{dV}{dy}$. Pour deux rayons parallèles arrivant en A et B nous avons :

$$\alpha = \frac{z_1 - z_2}{F}$$

$\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ est proportionnel à :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_{z_1} - \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_{z_2}$$

donc $\frac{1}{F}$ proportionnel à :

$$\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_{z_1} - \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_{z_2}}{z_1 - z_2}$$

soit

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z}$$

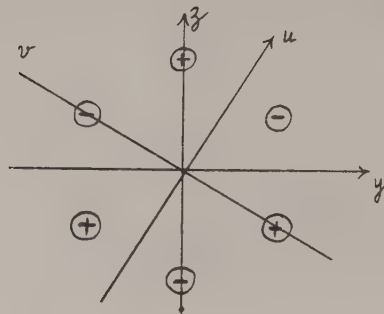
La focalisation doit être linéaire en y (y est proportionnel à p , l'analyse magnétique se faisant dans le plan horizontal). Tout se passe comme si $\frac{1}{F}$ était proportionnel à p alors que pour le quadrupôle, $\frac{1}{f}$ est proportionnel à $\frac{1}{p}$.

Le potentiel doit donc satisfaire à l'équation :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} = K y$$

d'où en intégrant :

$$V(y, z) = \frac{1}{2} K y^2 z + F(z)$$



Considérons maintenant six pôles placés de façon symétrique :

V est pair en y et impair en z , donc de la forme :

$$V(y, z) = a y^2 z + b z^3$$

en se limitant aux premiers termes. D'autre part, V est pair en u , impair en v . Passons des axes yz aux axes uv :

$$z = \frac{1}{2} (u\sqrt{3} + v) \quad y = \frac{1}{2} (u - v\sqrt{3})$$

$$a y^2 z + b z^3 = \sqrt{3} (a + 3b) a^3 + (9b - 5a) u^2 v + \sqrt{3} (a + 3b) u v^2 + (3a + b) v^3 = 0$$

en annulant les coefficients de u^3 et de u :

$$a + 3b = 0 \quad b = -\frac{a}{3}$$

d'où :

$$\boxed{V(y, z) = C(3y^2 z - z^3)} \quad \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} = 6C_y.$$

Soit V_0 le potentiel sur le pôle + ($z = +a, y = 0$) :

$$V_0 = -C a^3$$

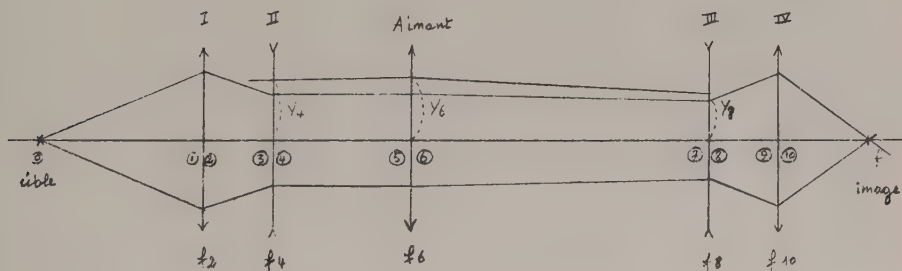
$$\text{d'où :} \quad V = -\frac{V_0}{a^3} (3y^2 z - z^3)$$

Une autre solution consiste à modifier localement le champ magnétique dans certaines lentilles pour introduire des aberrations de sphéricité linéaires en y . C'est le calcul que nous avons développé.

Reprenons l'expression donnant les contributions de toutes les aberrations à l'image verticale :

$$\frac{\Delta z}{G \cdot z'(0)} = \sum_k [(S_k^\circ)_{21}]^2 \Delta \left(\frac{1}{f_k} \right)_{\text{sph.}} - Q \cdot \frac{\Delta P}{p} + \frac{Y_0^{\text{mm}}}{100 \text{ tg } \vartheta}$$

et considérons le plan horizontal :



Supposons que nous ayons complètement corrigé les aberrations sphériques des lentilles I et IV par "shimming". (Nous employerons dans toute la suite le terme "shim" pour désigner les petites barres de fer que l'on applique longitudinalement sur les pièces polaires pour modifier le champ magnétique).

Pour ces lentilles :

$$\Delta \left(\frac{1}{f_2} \right)_{\text{sph.}} = \Delta \left(\frac{1}{f_{10}} \right)_{\text{sph.}} = 0$$

et le terme d'aberrations sphériques se réduit à :

$$(S_4^o)_{21}^2 \Delta \left(\frac{1}{f_4} \right) + (S_6^o)_{21}^2 \Delta \left(\frac{1}{f_6} \right) + (S_8^o)_{21}^2 \Delta \left(\frac{1}{f_8} \right)$$

d'où :

$$\frac{\Delta Z_f}{G Z'(0)} = (S_4^o)_{21}^2 \Delta \left(\frac{1}{f_4} \right) + (S_6^o)_{21}^2 \Delta \left(\frac{1}{f_6} \right) + (S_8^o)_{21}^2 \Delta \left(\frac{1}{f_8} \right) - Q \frac{\Delta p}{p} + \frac{Y_0}{300}$$

Nous pouvons exprimer $\frac{\Delta p}{p}$ en fonction des positions d'un rayon, repérées au niveau des lentilles II, III et de l'aimant. Il suffit en effet de trois valeurs de y pour définir complètement un rayon. Nous choisissons les lentilles encadrant l'aimant car ce sont celles, comme nous le verrons plus loin dans le tableau de valeurs numériques, qui introduisent les plus petites modifications de champ.

Il vient :

$$\frac{\Delta p}{p} = a Y_4 + b Y_6 + d Y_8$$

De même nous pouvons exprimer Y_0 en fonction des positions $Y_4 Y_6$ dans la lentille II et l'aimant, soit :

$$Y_0 = m Y_4 + n Y_6 \quad m \text{ et } n \text{ indépendant de } \frac{\Delta p}{p}$$

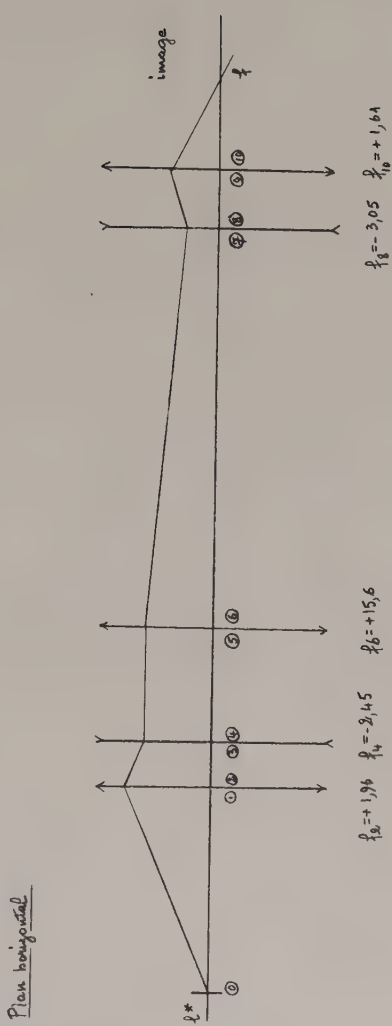
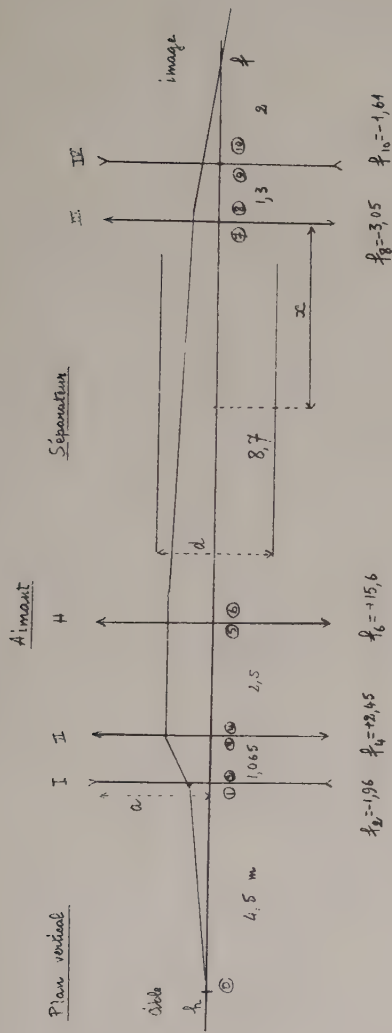
En reportant dans la formule générale :

$$\frac{\Delta Z_f}{G Z'(0)} = \alpha \Delta \left(\frac{1}{f_4} \right) + (a + m) Y_4 + \beta \Delta \left(\frac{1}{f_6} \right) + (b + n) Y_6 + \gamma \Delta \left(\frac{1}{f_8} \right) + d Y_8.$$

Les coefficients de $Y_4 Y_6 Y_8$ ne dépendent que de la géométrie du faisceau et sont aisément calculables.

Nous voyons que pour obtenir l'achromatisme, il faut introduire dans les lentilles I, III et l'aimant, une variation de la convergence verticale linéaire en Y .

Le calcul détaillé de ces coefficients est donné en annexe.



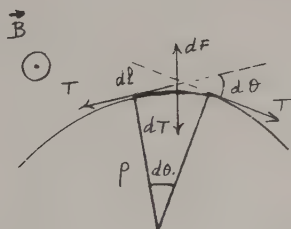
CHAPITRE III

ÉTUDE DES TRAJECTOIRES DES PARTICULES DU FAISCEAU PAR LA MÉTHODE DU FIL FLOTTANT

Il nous faut maintenant déterminer, pour chaque quadrupôle le courant I_0 correspondant à la distance focale calculée et le courant I_a de l'aimant analyseur donnant une déviation $\varphi = 450$ mr de la trajectoire moyenne. Ces courants sont fonction de l'impulsion p . Ceci constitue l'étalonnage.

Nous devons d'autre part mesurer les aberrations de sphéricité et les aberrations chromatiques. En effet, nous avons calculé les différents paramètres du faisceau dans l'approximation des lentilles minces idéales et sans tenir compte du champ de fuite. En réalité, les lentilles ne sont pas parfaites, la section des pièces polaires est non pas une hyperbole mais un arc de cercle et le champ magnétique comporte donc des harmoniques. Il est plus facile de déterminer directement par des mesures les trajectoires réelles des particules que de tenir compte de ces effets par le calcul.

Une première méthode consiste à établir des cartes de champ détaillées et reconstituer point par point les trajectoires. Nous avons préféré celle du fil flottant tendu entre deux points et parcouru par un courant. Ce fil constitue un modèle analogique avec lequel nous étudierons les courbures qu'auraient prises les trajectoires des particules placées dans le même champ magnétique.



Rappelons brièvement la relation entre l'impulsion p de la particule, le courant dans le fil et la tension du fil.

Si le fil est placé dans un plan perpendiculaire à la direction du champ magnétique, la force de Laplace agissant sur un élément dl s'écrit :

$$dF_{\text{dynes}} = \frac{i_{\text{amp.}}}{10} \cdot B^{\text{gauss.}} \cdot dl^{\text{cm}}$$

Cette force est équilibrée par une tension dT agissant sur l'élément dl :

$$dT = T \cdot d\vartheta = T \frac{dl}{\rho}$$

L'équation d'équilibre s'écrit :

$$T = \frac{i}{10} B \rho$$

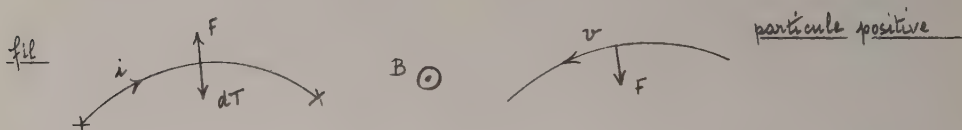
Or la trajectoire d'une particule d'impulsion p est courbée dans un champ magnétique avec un rayon de courbure ρ tel que :

$$pc = 300 B \rho$$

Donc la courbure du fil sera la même que la courbure de la trajectoire de la particule dans un même champ magnétique, pour un courant donné par la relation qui tient compte des unités :

$$i^{\text{amp}} = 2,94 \frac{Tg}{p^{\text{mev/c}}}$$

On remarque que, pour rétablir le signe des courbures, il faut envoyer dans le fil un courant de sens inverse de celui des particules positives.



Pour réaliser une tension uniforme, une extrémité est fixe, et le fil est tendu par un poids par l'intermédiaire d'une poulie montée sur roulement à bille.

Le fil doit donc répondre à certaines qualités de légèreté, de résistance et surtout de souplesse.

Nous avons utilisé un fil de cuivre de 0,05 mm de diamètre composé de 20 brins. Son poids est de 0,425 g/m.

Le fil est alimenté par un générateur de courant continu très stable d'une précision de quelques ‰. La détermination du courant est faite par une méthode d'opposition sur un pont A.O.I.P. Nous avons choisi un poids de 500 g, ce qui correspond à un courant de 1,47 ampère pour une particule de 1 Bev/c.

Les déplacements verticaux et horizontaux du fil sont mesurés à l'aide de réglettes munies de verniers fixées sur deux référentiels (voir figure 1). Au niveau du référentiel ① les lectures sont faites avec deux petites lunettes monoculaires, une dans chaque plan. Le point fixe du fil est solidaire du deuxième référentiel. Pour éliminer un défaut possible d'horizontalité du

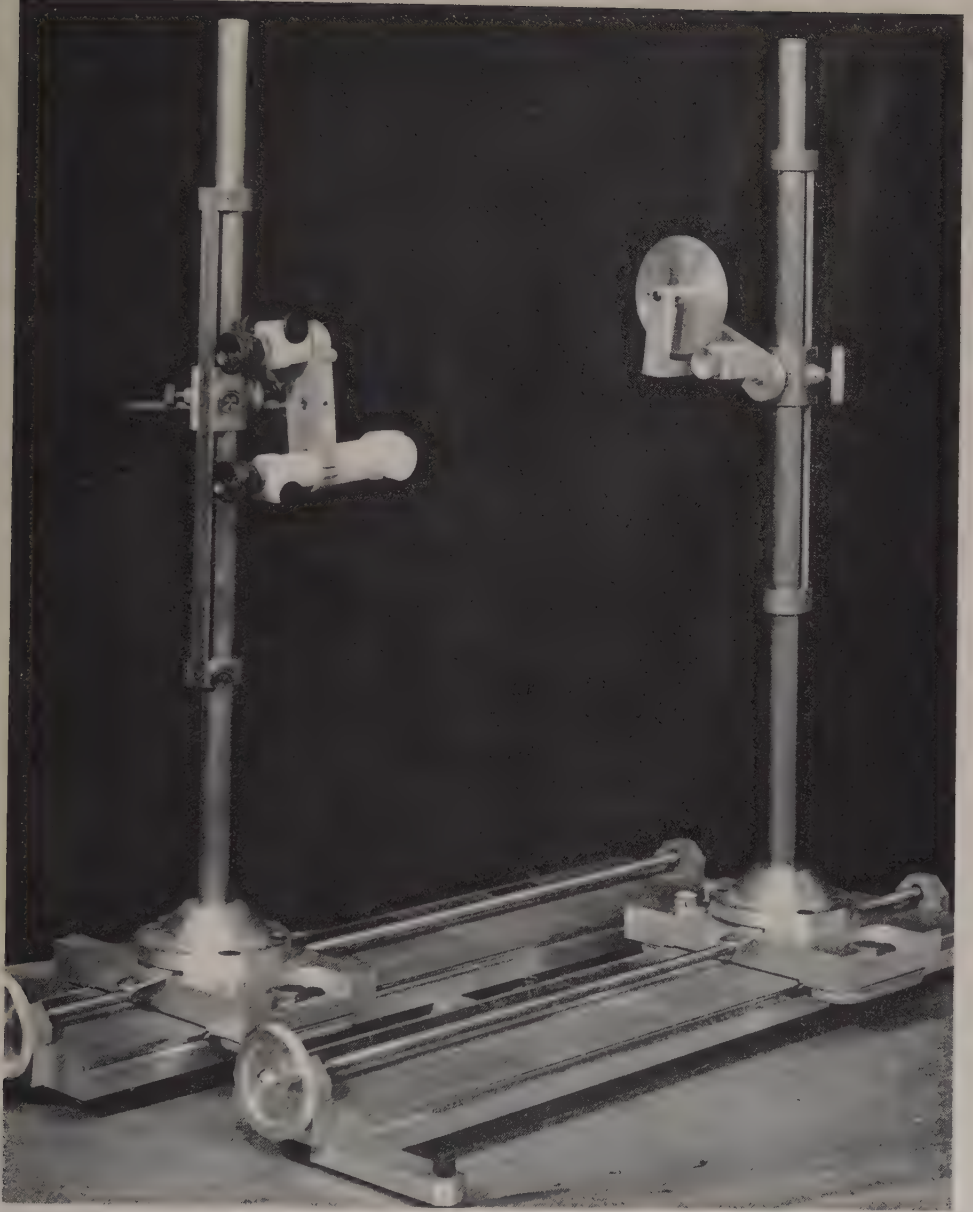


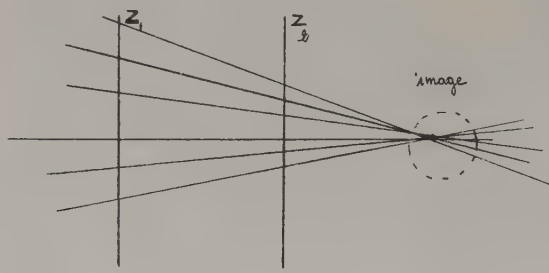
Figure 1

système, on ne lit la position verticale qu'après avoir amené l'image du fil en coïncidence avec le réticule dans le plan horizontal. Ceci assure une précision des pointés de l'ordre du 1/10 de mm.

A - METHODES GENERALES DE MESURE

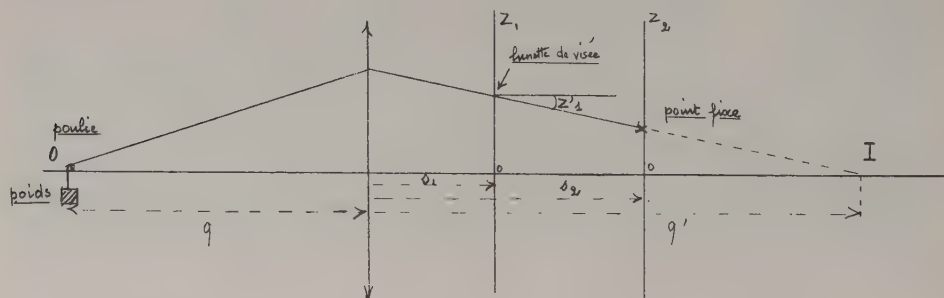
I - CONSTRUCTION GRAPHIQUE

Une première méthode consiste à déterminer des couples de points $Z_1 Z_2$, $Y_1 Y_2$ dans chaque plan. La poulie est toujours placée à l'objet et on déplace le point fixe dans le plan $Y_2 Z_2$. On trace sur papier millimétré les droites $Z_1 Z_2$ pour le plan vertical et $Y_1 Y_2$ pour le plan horizontal. L'intersection de ces droites détermine le point de focalisation. On recommence pour différents courants dans le quadrupôle jusqu'à obtention de la convergence voulue. Cette méthode est peut-être suffisante pour la détermination des courants, mais ne donne qu'une idée très imprécise des aberrations d'après la confusion de l'image.



II - METHODE DES POINTS REPRESENTATIFS

Diagramme $Z_1 Z_2$



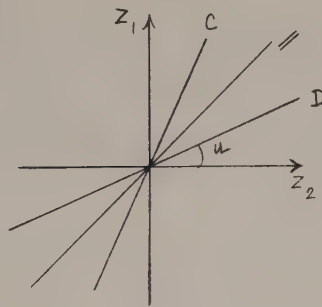
Considérons par exemple, une lentille convergente dans le plan vertical. On choisit la position du point fixe assez largement en deçà de l'image : $q' > s_2$.

Si s_1 et s_2 définissent la position des référentiels :

$$\frac{Z_1}{q' - s_1} = \frac{Z_2}{q' - s_2}$$

Chaque rayon est représenté par un point du plan $Z_1 Z_2$. Pour une cible et une image ponctuelles (0 et I) les points représentatifs sont situés sur une droite de pente u :

$$Z_1 = uZ_2 \quad \text{avec} \quad u = \frac{q' - s_1}{q' - s_2} = 1 + \frac{s_2 - s_1}{q' - s_2}$$

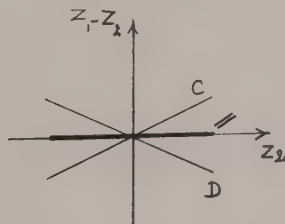


Si $u > 1$ le faisceau est convergent ($v > 0$)

$u = 1$ " " parallèle ($v = 0$)

$u < 1$ " " divergent ($v < 0$) avec $v = u - 1$

Pour un faisceau presque parallèle, on utilise plutôt le diagramme : $Z_1 - Z_2 = f(Z_2)$. La focalisation est alors reliée à la pente v :



$$Z_1 - Z_2 = vZ_2$$

et

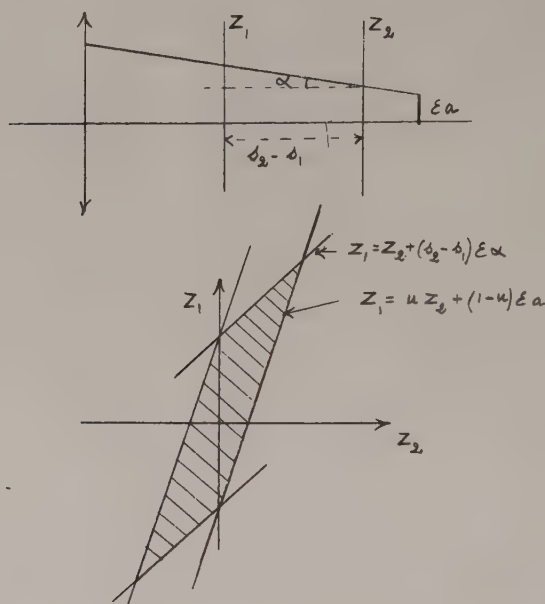
$$\frac{1}{q'} = \frac{1}{s_2 + \frac{s_2 - s_1}{v}}$$

Si

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{q'} = \frac{1}{f} \quad \Delta \left(\frac{1}{f} \right) = \Delta \left(\frac{1}{q'} \right)$$

$$\Delta \left(\frac{1}{f} \right) = \frac{s_2 - s_1}{[(s_2 - s_1) + s_2 v]^2} \Delta v \quad \Delta u = \Delta v$$

Le diagramme $Z_1 Z_2$ est analogue à une représentation en phase. En effet, d'un point $Z_1 Z_2$ on peut déduire par exemple Z_1 et l'angle Z_1' . Nous allons retrouver dans le plan $Z_1 Z_2$ un domaine de phase qui contient tous les rayons du faisceau.



Soit un faisceau défini par une largeur d'image ϵa ($\epsilon = \pm 1$) et une dispersion angulaire α .

Dans le plan $Z_1 Z_2$ le domaine est délimité par les droites :

$$Z_1 = u Z_2 + (1 - u) \epsilon a$$

$$Z_1 = Z_2 + (s_2 - s_1) \epsilon \alpha$$

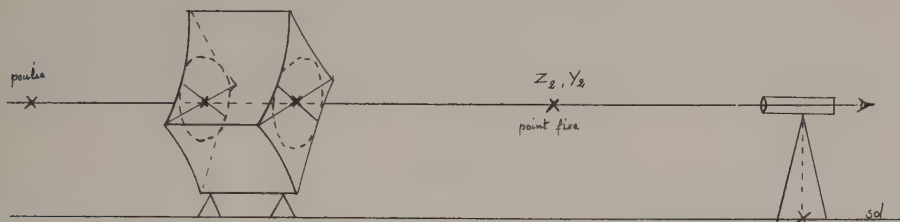
Nous pouvons employer exactement les mêmes méthodes dans le plan horizontal. Mais dans le cas d'un faisceau séparé, la séparation des particules se faisant verticalement, l'étude la plus fine (principalement la mesure des aberrations) se fait dans le plan vertical.

B - OPERATIONS PRATIQUES

LENTILLES QUADRUPOLAIRES

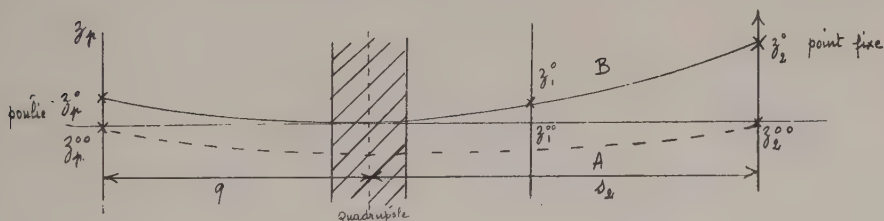
Nous allons décrire dans ce qui suit les différentes opérations nécessaires à une étude systématique d'un quadrupôle. Il faut en effet tenir compte du poids du fil qui prend, dans les régions sans champ la forme d'une chaînette. On peut assimiler cette chaînette à une parabole.

1/ Détermination du zéro optique.



On trace sur le sol une ligne repère qui est la projection de l'axe géométrique du quadrupôle. On vise horizontalement avec une lunette centrée sur cet axe les centres de deux réticules placés aux deux extrémités de la lentille. La poulie et le point fixe sont alignés sur cet axe. Le fil se trouve dans la position A (voir ci-après).

2/ Détermination du zéro magnétique.

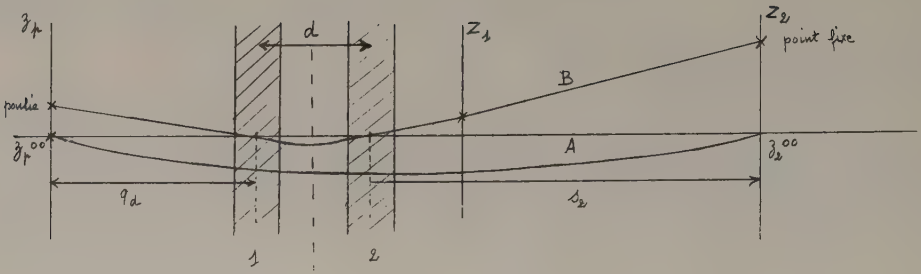


On veut que le fil, dans la position du zéro, se trouve dans la configuration B (tangent à l'axe géométrique, région de champ nul, à l'intérieur du quadrupôle). Il faut donc déplacer, le long de l'axe z , simultanément la poulie et le point fixe dans le rapport $\left(\frac{q}{s_2}\right)^2$ jusqu'à ce que z_1 ne varie plus lorsque l'on coupe le courant dans le fil. Pratiquement on s'arrête au Δz_1 minimum.

Nous poserons alors :

$$\begin{aligned} Z_1 &= z_1 - z_1^0 & Y_1 &= y_1 - y_1^0 \\ Z_2 &= z_2 - z_2^0 & Y_2 &= y_2 - y_2^0 \end{aligned}$$

Cas d'un doublet



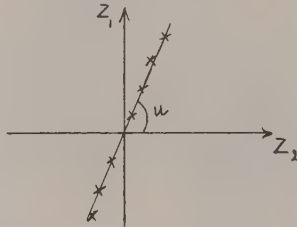
On part toujours du zéro optique, le fil étant dans la position A. On remonte alors la poulie et le point fixe dans le rapport $\left(\frac{q_1 + \frac{d}{2}}{s_2 + \frac{d}{2}} \right)$ pour atteindre la position B.

Détermination rapide du zéro magnétique

On augmente fortement le courant dans le fil pour diminuer la longueur focale de la lentille et se trouver dans des conditions d'instabilité (point fixe proche de l'image). Si le fil se trouve au-dessus de l'axe magnétique, il ira se coller aux pièces polaires supérieures, s'il se trouve au-dessous, il ira se coller vers le bas.

3/ Etalonnage : détermination du courant $I_0 = f(p)$ pour une distance focale donnée

Dans le plan médian vertical, on place le point fixe à une certaine valeur z_2 sans toucher à la poulie. On varie I_0 jusqu'à lire dans la lunette placée en z_1 la valeur $Z_1 = uZ_2$ (u correspondant au f fixé). Le coefficient u est précisé par la mesure d'un certain nombre de couples de points.



On détermine de la même façon f_h dans le plan médian horizontal (diagramme $Y_1 Y_2$). Théoriquement $f_h = -f_v$. Mais pratiquement, pour une lentille convergente dans le plan vertical par exemple, la distance focale est légèrement inférieure dans le plan horizontal divergent, les rayons divergents traversant des régions de champs plus élevés que les rayons convergents.

L'introduction des "shims" modifie le champ magnétique et il faut rectifier légèrement l'étalonnage final.

Etalonnage rapide

Une méthode peu précise peut permettre de déterminer très rapidement le courant I_0 correspondant à une position de l'image.

On place par exemple la poulie à l'objet et le point fixe à l'image attendue et l'on varie le courant dans le quadropôle jusqu'à instabilité.

Cas du doublet

Les deux quadropôles interfèrent entre eux. Lorsqu'on règle le courant pour avoir la bonne focalisation verticale, on dérègle le plan horizontal. Il faut donc opérer par approximations successives.

On a les relations générales :

$$\Delta u' = a \frac{\Delta I_1}{I_1} + b \frac{\Delta I_2}{I_2}$$
$$\Delta u = c \frac{\Delta I_1}{I_1} + d \frac{\Delta I_2}{I_2}$$

u' = pente donnée par le
diagramme : $Y_1 = f(Y_2)$

u = pente donnée par le
diagramme : $Z_1 = f(Z_2)$

Il faut déterminer les coefficients a b c d. Pour $\Delta I_2 = 0$ on mesure les variations de pente $\Delta u'$ et Δu correspondant à un certain ΔI_1 , d'où a et c.

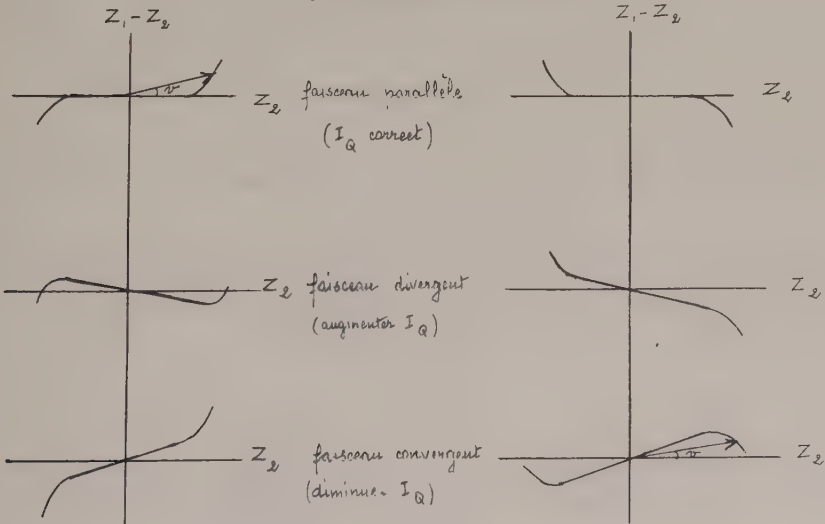
De même, pour $\Delta I_1 = 0$ et un certain ΔI_2 on mesure b et d, d'où la matrice donnant les courants :

$$\begin{vmatrix} \frac{\Delta I_1}{I_1} \\ \frac{\Delta I_2}{I_2} \end{vmatrix} = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta u' \\ \Delta u \end{vmatrix}$$
$$D = ab - dc$$

4/ Etude des aberrations de sphéricité

Les aberrations se traduisent par une déformation des bords extrêmes des diagrammes $Z_1 - Z_2 = f(Z_2)$ (dans le cas d'un faisceau parallèle).

Au voisinage de l'axe:



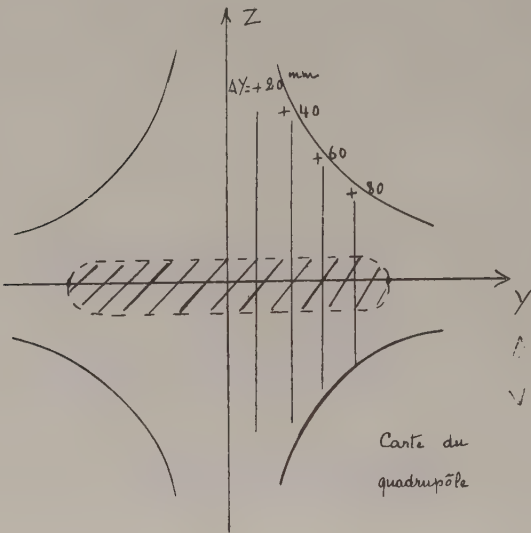
Faisceau plus convergent sur les bords qu'au voisinage de l'axe

Faisceau moins convergent sur les bords qu'au voisinage de l'axe

La pente du rayon vecteur $v = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_2}$ indique la convergence. Nous pouvons rencontrer les configurations suivantes :

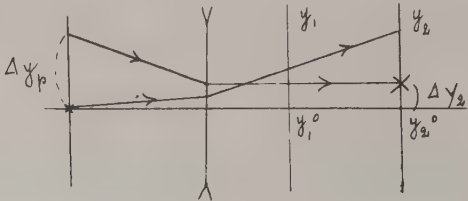
La pente $v = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_2}$ au voisinage de $Z = 0$ pour différents ΔY donne la focalisation verticale dans la zone hachurée.

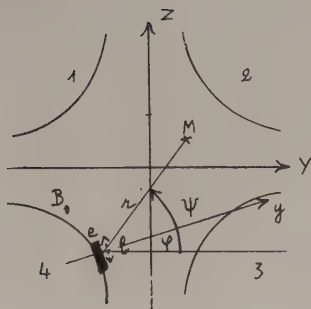
Les bords des courbes indiquent la convergence dans les autres régions.



On étudie les aberrations dans le plan médian vertical et dans les plans verticaux parallèles à ce plan médian.

Pour étudier un plan non médian à une distance $\Delta Y_2 = \Delta$, on fait passer le point fixe de y_2^0 à $y_2^0 + \Delta$ et on déplace la poulie jusqu'à ce que le faisceau soit parallèle à la sortie du quadrupôle, c'est-à-dire $y_1 = y_1^0 + \Delta$. On explore ainsi toutes les régions du quadrupôle.



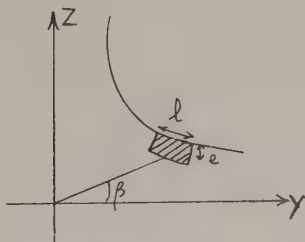


Suivant l'allure des diagrammes $Z_1 - Z_2$ on peut se faire une idée de la position des "shims" qui doivent corriger les aberrations. En effet on peut calculer la variation en un point M quelconque, du champ B_y (responsable de la polarisation verticale) du à la présence d'un "shim" sur une pièce polaire :

$$\Delta B_y = \frac{le}{\pi} \frac{B_0}{r^2} \cos (2 \Psi - \varphi)$$

l = largeur du shim

e = épaisseur du shim.



On peut voir que pour un shim placé sur la pièce polaire 4, ΔB_y sera maximum pour $\Psi = \frac{\varphi}{2}$ et minimum pour $\Psi = \frac{\varphi}{2} \pm \frac{\pi}{2}$. Si le quadrupôle n'est pas assez convergent sur les bords, il faut placer les shims aux extrémités des pièces polaires. Si au contraire il est trop convergent sur les bords, il faut les placer vers le centre ou mettre aux extrémités de la lentille deux courts-circuits magnétiques (couronne de fer). En effet si la lentille est assez courte, le champ de fuite qui a un effet convergent peut ne pas être négligeable.

D'autre part $f \Delta \left(\frac{1}{f} \right)$ au voisinage de l'axe ($Z \neq 0$) est une fonction de Y que l'on peut représenter par le développement :

$$f \Delta \left(\frac{1}{f} \right) = \sum_m A_m \left(\frac{Y}{r} \right)^m$$

Nous avons calculé le coefficient A_m en fonction des dimensions des "shims" et de leurs positions sur les pièces polaires (l, e, β) [2]. En comparant avec les courbes expérimentales nous pouvons déterminer les coefficients A_m donc les "shims".

5/ Aberrations chromatiques

La distance focale f est une fonction :

- du courant I dans le quadrupôle (champ magnétique),
- du courant i dans le fil (impulsion)

$$\frac{\Delta f}{f} = a \frac{\Delta I}{I} + b \frac{\Delta i}{i}$$

$$\text{Soit à } I \text{ constant : } \left(\frac{\Delta f}{f} \right)_{I_{\text{cst}}} = -b \frac{\Delta p}{p}$$

ou

$$f \cdot \Delta \left(\frac{1}{f} \right) = b \frac{\Delta p}{p}$$

Supposons le faisceau parallèle pour $\Delta i = 0$.

Pour $i + \Delta i$, l'image est à l'abscisse q' :

$$\frac{Z_1 - Z_2}{s_2 - s_1} = \frac{Z_q}{q'}$$

D'où

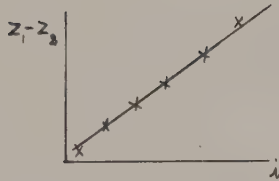
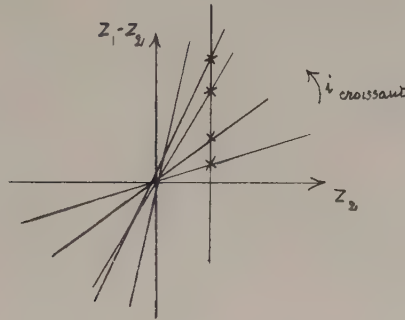
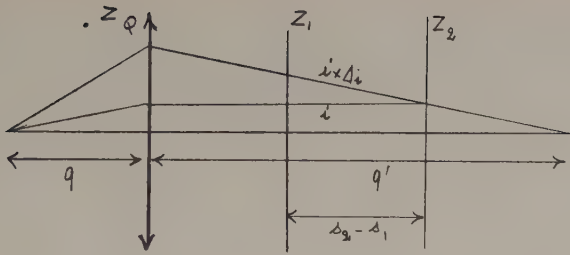
$$\Delta \left(\frac{Z_0}{f} \right) = \Delta \left(\frac{Z_0}{q} \right) + \frac{\Delta(Z_1 - Z_2)}{s_2 - s_1}$$

Au premier ordre :

$$\frac{\Delta Z_0}{f} - Z_0 \frac{\Delta f}{f^2} = \frac{\Delta Z_0}{q} + \frac{\Delta(Z_1 - Z_2)}{s_2 - s_1}$$

Pour :

$$\Delta i = 0 : f = q, \text{ et } Z_0 = Z_2$$



D'où :

$$\left(\frac{\Delta f}{f}\right)_{f_{\text{cst}}} = - \frac{q}{s_2 - s_1} \frac{1}{Z_2} \Delta (Z_1 - Z_2)$$

On relève les valeurs $(Z_1 - Z_2)$ à Z_2 constant pour différents i .

D'où :

$$\Delta (Z_1 - Z_2) = \alpha \frac{\Delta i}{i} \quad \alpha > 0$$

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{q}{s_2 - s_1} \frac{\alpha}{Z_2} \frac{\Delta p}{p}$$

Δf et Δp sont de même signe.

Remarque : On peut déduire le coefficient a de la mesure de b :

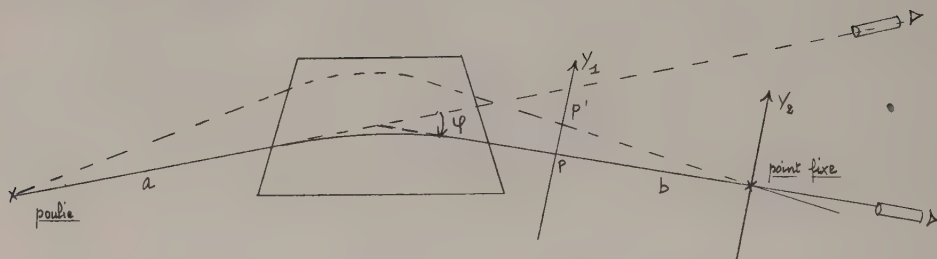
$$a = -b \frac{\frac{\Delta i}{i}}{\frac{\Delta I}{I}} : \text{équivalence entre } a \text{ et } b \text{ pour maintenir } f \text{ constant.}$$

L'étalonnage a donné $I = f(p)$ d'où :

$$a = b \frac{I}{p} \frac{I}{\frac{dI}{dp}}$$



AIMANT ANALYSEUR



On trace sur le sol deux lignes : a et b. La poulie doit se projeter verticalement sur a et le point fixe sur b.

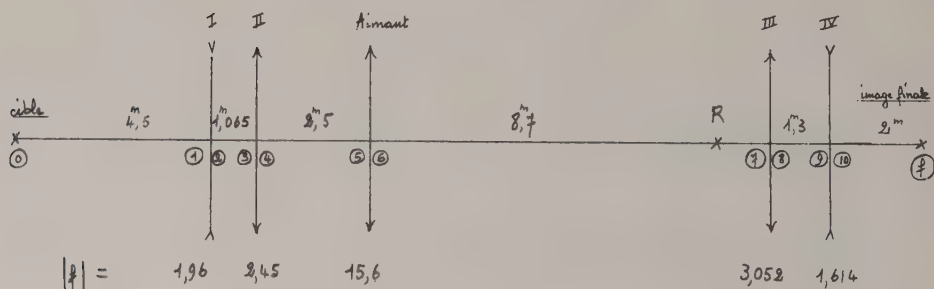
Il faut ajuster le courant dans l'aimant pour que le point P' du plan médian, repéré le long de Y_1 , vienne en P.

On recommence pour chaque valeur de l'impulsion.

Comme pour les lentilles, les focalisations verticales et horizontales sont déterminées au moyen des diagrammes Z_1, Z_2, Y_1, Y_2 .

Nous verrons plus loin comment nous avons mesuré et corrigé les aberrations en remplaçant la poulie par un deuxième point fixe. On explore alors toutes les régions de l'aimant en faisant varier la longueur du fil.

C - ETUDE PROPREMENT DITE DU FAISCEAU



Rappelons que nous voulons rendre le système achromatique en introduisant dans les lentilles II, III et dans l'aimant des aberrations de sphéricité linéaires en Y. (Le système est achromatique si pour une source ponctuelle, $y_0 = z_0 = 0$, émettant des rayons dans une bande d'impulsion Δp , on a $q'_{10} = \text{constante}$ donc $\Delta z_f = 0$, quels que soient $y'(0), z'(0)$ et p).

Premier doublet

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Quadrupôle I :} \quad \Delta \left(\frac{1}{f_2} \right) = 0 \\ \\ \text{II :} \quad f_4 \Delta \left(\frac{1}{f_4} \right) = 6,5.10^{-2} \left(\frac{Y_4}{r} \right) \end{array} \right.$$

Aimant

$$: \quad f_6 \Delta \left(\frac{1}{f_6} \right) = -51.10^{-2} \left(\frac{Y_6}{r} \right)$$

Dernier doublet

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Quadrupôle III :} \quad f_8 \Delta \left(\frac{1}{f_8} \right) = 13,5.10^{-2} \left(\frac{Y_8}{r} \right) \\ \\ \text{IV :} \quad \Delta \left(\frac{1}{f_{10}} \right) = 0 \end{array} \right.$$

La méthode la plus simple serait d'étudier chaque lentille séparément et d'introduire les corrections calculées. C'est ce que nous avons fait pour le premier doublet. Mais dans l'étude de l'aimant cette méthode échoue. En effet, dans le plan horizontal la force de rappel n'est plus suffisante pour compenser les frottements de la poulie et ceci entraîne d'importantes instabilités.

D'autre part, il est nécessaire de vérifier en f l'achromatisme du système. Mais la méthode du fil serait difficile à appliquer sur une telle longueur et le nombre de paramètres serait trop grand. Il faut donc étudier séparément le premier doublet et l'aimant, puis le deuxième doublet. Pour l'étude de la première partie du système on est donc amené à modifier légèrement la méthode décrite plus haut, à supprimer la poulie et à fixer les deux extrémités du fil. Le fil représente toujours une trajectoire du faisceau, mais l'impulsion n'est plus déterminée. En faisant varier la position du fil dans l'aimant on décrit toute une bande d'impulsion Δp .

Nous avons donc procédé de la façon suivante :

1/ Etude du premier doublet par la méthode classique pour obtenir un faisceau parallèle.

2/ Etude du premier doublet suivi de l'aimant par la méthode du fil à deux points fixes. Mais on ne sépare plus les aberrations chromatiques des aberrations de sphéricité. Comme nous le verrons plus loin, nous pouvons tout de même effectuer dans l'aimant les corrections nécessaires en considérant des rayons très particuliers, choisis en plaçant le deuxième référentiel au "point achromatique" du faisceau.

3/ Etude du dernier doublet par la méthode classique mais en plaçant la poulie à l'image finale. On corrige les lentilles de façon à reconstituer le mieux possible, à l'entrée de Q_{III} le faisceau tel qu'il sort de l'aimant.

Avant de donner certains résultats caractéristiques, nous allons décrire les éléments du système de transport du faisceau.

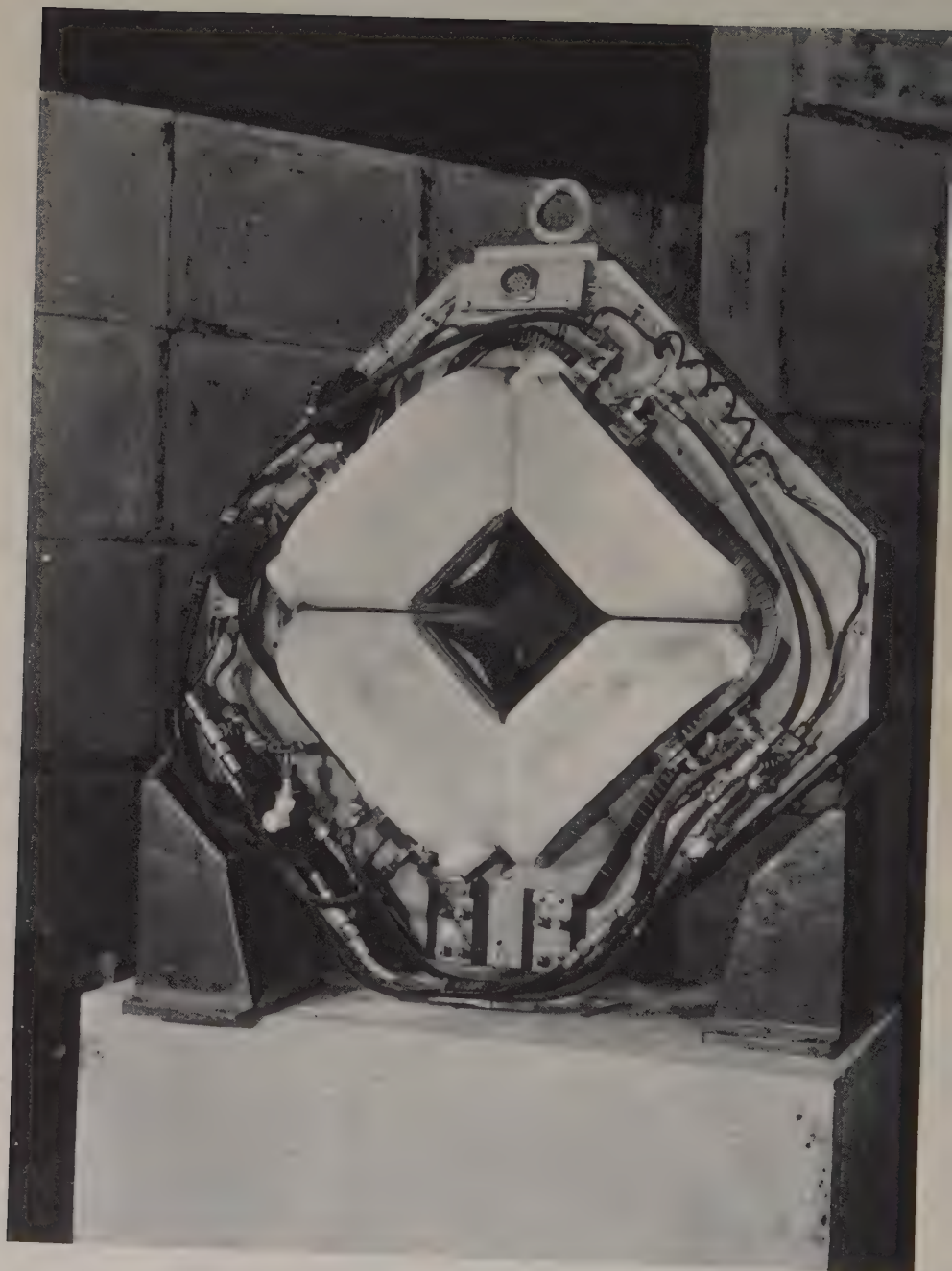


Figure 2

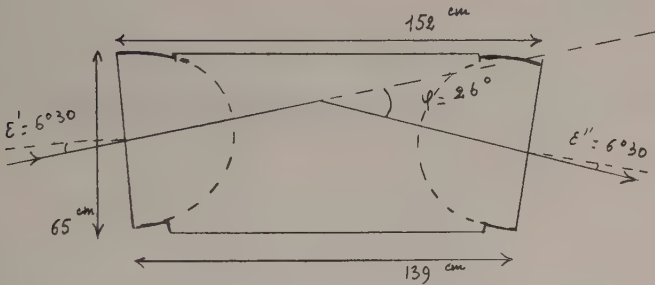
Quadrupôles

Ce sont des lentilles Pontier dont les pièces polaires sont limitées par un arc de cercle de rayon 145 mm.

Le rayon du cercle de gorge est $r = 10$ cm, et la longueur totale des lentilles est 22 cm (voir figure 2).

Le champ maximum sur les pièces polaires est de 10000 gauss, ce qui correspond à une puissance dissipée de 24 kw.

Aimant analyseur



C'est un aimant classique Jeumont en H. L'entrefer est de 20 cm et la longueur moyenne des pièces polaires est de 145 cm.

L'aimant est disposé de façon symétrique, les angles de sortie et d'entrée du faisceau sont égaux. Ceci permet d'avoir la même distance focale dans le plan vertical et dans le plan horizontal.

En effet, soit $\varepsilon' = \varepsilon'' = \varepsilon$. Si A est l'angle au sommet du prisme et φ l'angle de déviation de la trajectoire moyenne :

$$\varepsilon = \frac{\varphi - A}{2} = \frac{26^\circ - 13^\circ}{2} = 6^\circ 30'$$

d'où

$$f_H = \frac{\rho \cos^2 \varepsilon}{\sin(\varphi - 2\varepsilon)} = \frac{\rho}{2 \operatorname{tg} \varepsilon}$$

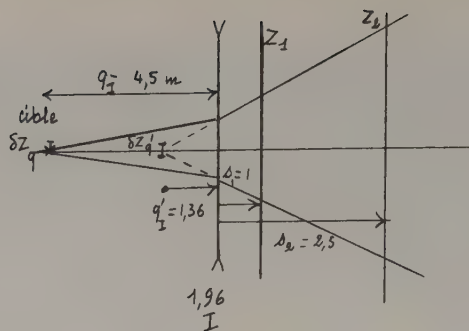
$$f_V = \frac{\rho}{2 \operatorname{tg} \varepsilon - \varphi \operatorname{tg}^2 \varepsilon} \neq \frac{\rho}{2 \operatorname{tg} \varepsilon} = f_H$$

soit f_H et f_V de l'ordre de 15 m.

La puissance maximum dissipée est de 130 kv pour un champ magnétique de 15000 gauss.

I - ETUDE DU PREMIER DOUBLET

Nous cherchons à réaliser un faisceau parallèle. Le système de la poulie ne nous permet pas de déterminer la position de l'objet à mieux que 0,5 mm. Cette valeur fixe la limite inférieure de la précision des pointés au-dessous de laquelle il est inutile de descendre.



La lentille Q_I donne un faisceau divergent dans le plan vertical. Nous avons :

$$\delta Z_{q'} = \frac{q_I' + s_2}{s_2 - s_1} |\delta Z_1| + \frac{q_I' + s_1}{s_2 - s_1} |\delta Z_2|$$

Si nous plaçons le premier référentiel à 1 m (le plus près possible de la lentille) et le second à 2,5 m (à 1 mètre environ de l'image horizontale pour ne pas être dans la zone d'instabilité), il vient :

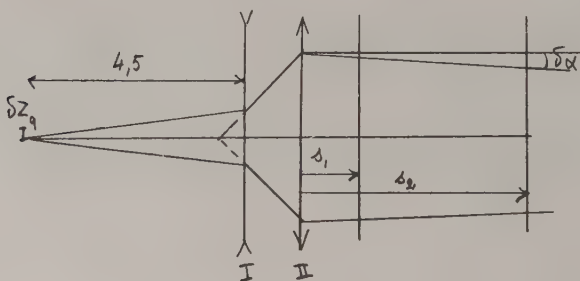
$$\delta Z_{q'} \neq 4 \delta Z \text{ avec } \delta Z_1 = \delta Z_2 = \delta Z$$

A une précision de 0,5 mm à la poulie correspond :

$$\delta Z_{q'} = \delta Z_q \times \frac{q_I'}{q_I} = 0,5 \times \frac{1,3}{4,5} = 0,15 \text{ mm}$$

d'où $\delta Z \sim 0,04 \text{ mm}$.

Cette précision est assez difficile à atteindre. D'autre part il est plus facile d'étudier un faisceau parallèle. Nous allons voir qu'il est préférable de commencer par le deuxième quadrupôle.



Une précision de 0,5 mm à la poulie nous donne une précision sur le parallélisme du faisceau :

$$\delta \alpha = 0,5 \times \frac{q'_I}{q_I} \times \frac{q'_{II}}{q_{II}} \times \frac{1}{q_{II}}$$

soit : 0,06 mr.

Si la distance entre les deux référentiels est de l'ordre de 6 m il suffira d'une précision sur les pointés de :

$$\delta Z^{mm} = \frac{6 \times 0,06}{2} = 0,18 \text{ mm} \quad \text{soit } \pm 0,1 \text{ mm par pointé}$$

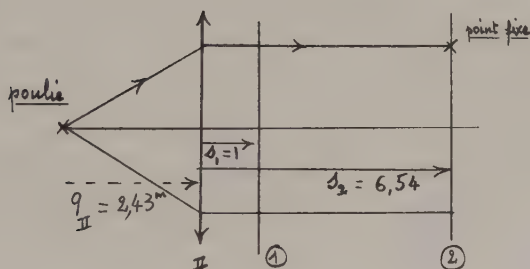
Dans le diagramme $Z_1 - Z_2 = f(Z_2)$, $Z_1 - Z_2$ doit être constant à 0,33 mm près.

Nous avons donc opéré en trois étapes :

a) Etude du deuxième quadrupôle qui donne un faisceau parallèle. Nous avons choisi pour les référentiels les valeurs :

$$s_1 = 1 \text{ m}$$

$$s_2 = 6,54 \text{ m}$$



Dans le plan vertical convergent la poulie est placée à l'image virtuelle $q_{II} = 2,43 \text{ m}$.

Dans le plan horizontal divergent on déplace la poulie perpendiculairement à l'axe jusqu'à ce que à la sortie du quadrupôle le fil soit parallèle à l'axe magnétique.

Dans ce premier stade, nous avons corrigé le plus parfaitement possible les aberrations sphériques en disposant 8 shims (provisaires) aux extrémités des pièces polaires, pour obtenir $\Delta \left(\frac{1}{f_4} \right) = 0$.

Q_{II} va nous servir ensuite de loupe parfaite pour étudier Q_I .

b) Etude du premier quadrupôle à travers Q_{II} .

Nous avons mis en place 8 shims définitifs assurant la correction des aberrations de sphéricité : $\Delta \left(\frac{1}{f_2} \right) = 0$ (figures 5, 6, 9).

Diagrammes caractéristiques de la lentille Q1

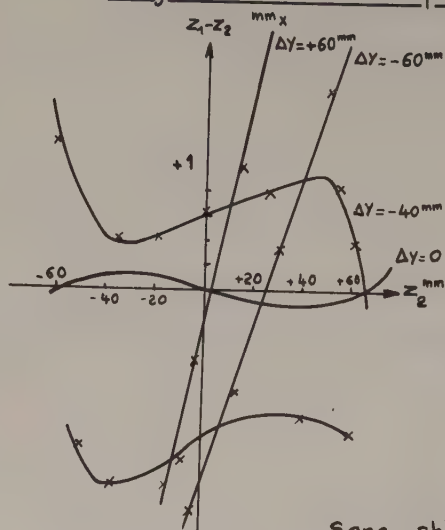


Figure 3

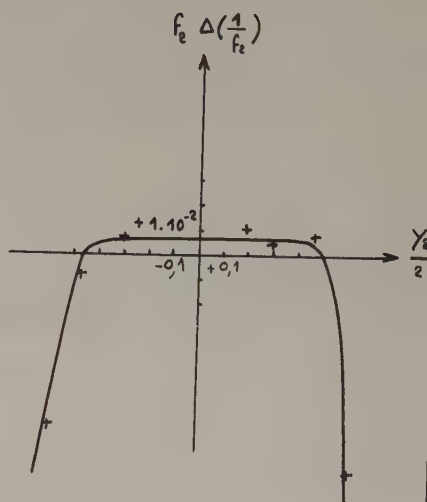


Figure 4

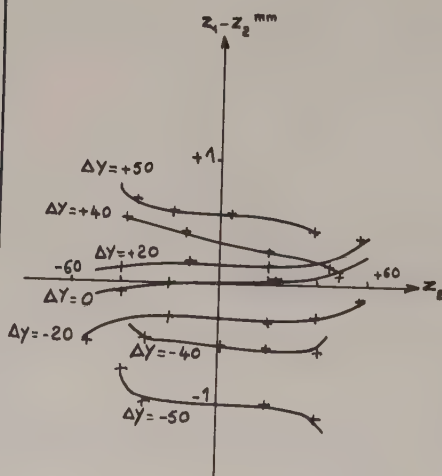


Figure 5

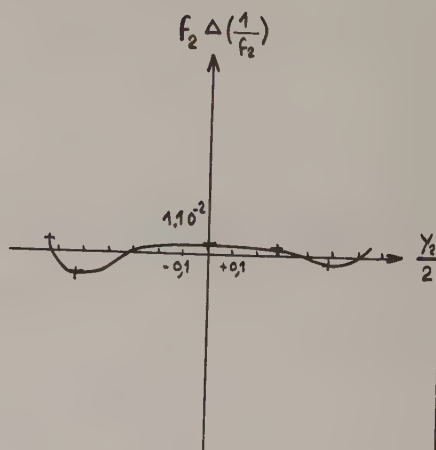


Figure 6

shims octogonaux : $\Delta(\frac{1}{f_2}) = 0$

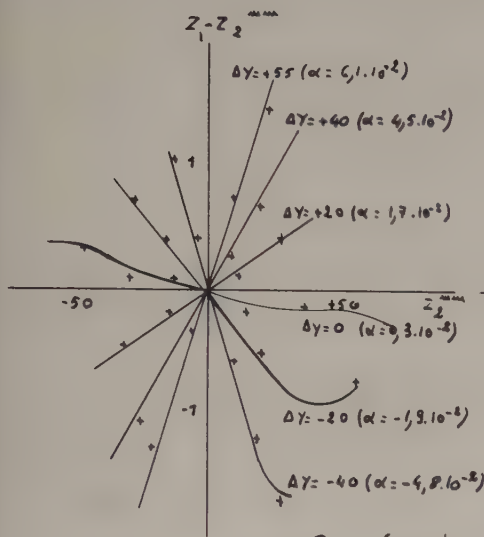


Figure 7

Q_{II} (pentagone)

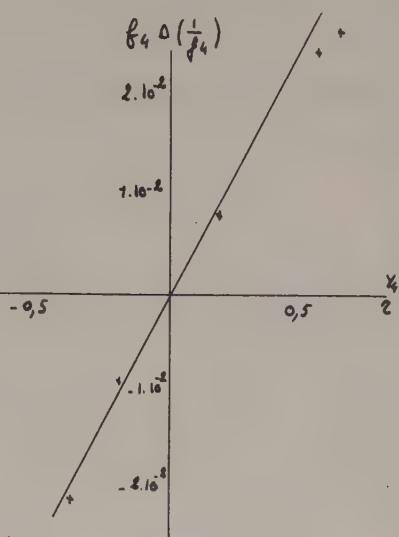
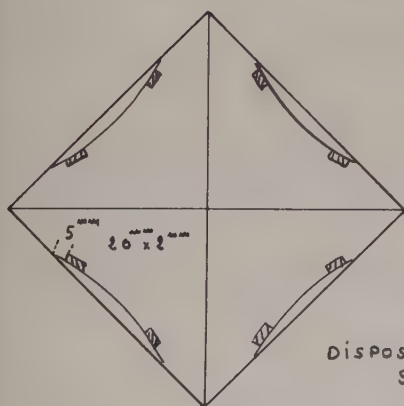


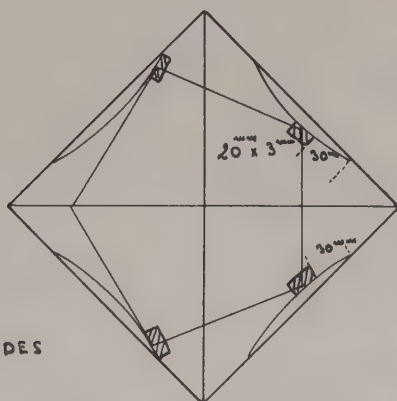
Figure 8



Q_{I} (8: 20x2)

Figure 9

DISPOSITION DES SHIMS



Q_{II} (4: 20x3)

Figure 10

c) Introduction des aberrations de sphéricité linéaires en Y dans Q_{II} .

Pour introduire le coefficient calculé plus haut les premiers shims sont remplacés par une disposition pentagonale (le sommet tombant entre les pièces polaires est supprimé) (figures 7, 8, 10). Ceci résulte du calcul dont le principe a été exposé plus haut.

Remarque concernant les diagrammes $Z_1 - Z_2 = f(Z_2)$

Un défaut d'horizontalité du système de déplacement de la poulie ou des référentiels entraîne un décalage des courbes ΔY .

II - ETUDE DU PREMIER DOUBLET SUIVI DE L'AIMANT

Le problème qui se pose à nous maintenant est d'étudier expérimentalement les corrections à introduire dans l'aimant de manière à obtenir une image finale achromatique, mais sans disposer du dernier doublet.

Or si le système total est achromatique, il existe des trajectoires particulières du faisceau, ayant des impulsions différentes dans la bande Δp , telles que la première partie et le dernier doublet soient séparément achromatiques. Il suffira donc d'obtenir expérimentalement l'achromatisme de la première partie du système pour ces trajectoires particulières. Ceci assurera la compensation du système total si le dernier doublet est ensuite convenablement corrigé.

Ces trajectoires particulières sont donc définies par :

- a) achromatisme de la première partie : $q'_6 = \text{constante}$,
- b) achromatisme du dernier doublet : $q_8 = \text{constante}$ entraîne $q'_{10} = \text{constante}$.

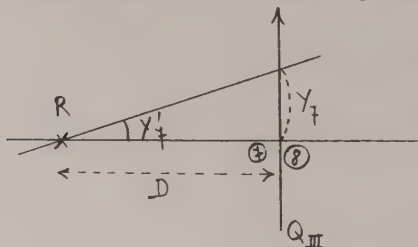
Nous montrerons plus loin que ces rayons particuliers se projettent horizontalement en un point R de l'axe dont nous calculerons la position par rapport à Q_{III} .

Pratiquement, nous pourrons donc, en plaçant le deuxième référentiel en R et en considérant les rayons de $Y_2 = 0$ (et de Z_2 quelconque), étudier la première partie du système comme si elle était suivie du deuxième doublet convenablement corrigé.

Les corrections ainsi étudiées pour des trajectoires particulières du faisceau sont définies sans ambiguïté. Elles s'appliquent donc à l'ensemble des trajectoires du faisceau.

Calcul de la position du point R.

L'existence du point R est prouvée s'il existe une relation linéaire entre Y_7 et Y'_7 indépendante de l'impulsion p dans la bande Δp :

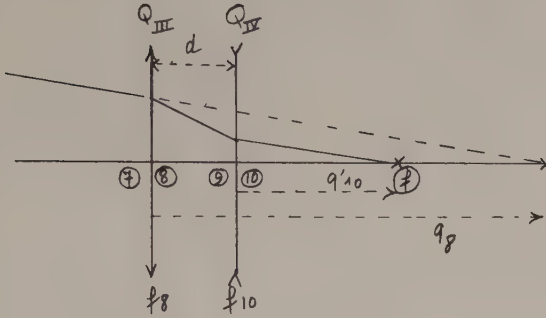


$$Y_7 = D Y'_7$$

1/ La condition d'achromatisme pour les trajectoires particulières est :

$$q_8 = \text{cte}$$

$$q'_{10} = \text{cte}$$



Donc :

$$\Delta \left(\frac{1}{f_8} \right) = \Delta \left(\frac{1}{q_8} \right) = - \frac{\Delta q_{10}}{q_8^2} (q_{10} = q'_8 - d)$$

$$\Delta \left(\frac{1}{f_{10}} \right) = \Delta \left(\frac{1}{q_{10}} \right) = - \frac{\Delta q_{10}}{q_{10}^2}$$

d'où :

$$\Delta \left(\frac{1}{f_8} \right) = \left(\frac{q_{10}}{q'_8} \right)^2 \Delta \left(\frac{1}{f_{10}} \right)$$

Or :

$$\Delta \left(\frac{1}{f} \right) = \Delta \left(\frac{1}{f} \right)_{\text{chrom}} + \Delta \left(\frac{1}{f} \right)_{\text{sph.}}$$

Le dernier terme représente les corrections calculées pour le dernier doublet, c'est-à-dire :

$$\Delta \left(\frac{1}{f_8} \right) = - \frac{1}{f_8} \frac{\Delta p}{p} + \gamma Y_8$$

$$\Delta \left(\frac{1}{f_{10}} \right) = - \frac{1}{f_{10}} \frac{\Delta p}{p}$$

D'où :

$$Y_7 \neq Y_8 = \frac{1}{\gamma} \left[\frac{1}{f_8} - \left(\frac{q_{10}}{q'_8} \right)^2 \frac{1}{f_{10}} \right] \frac{\Delta p}{p}$$

soit :

$$Y_7 = C \frac{\Delta p}{p} \quad (1)$$

2/ Mais pour chaque rayon du faisceau nous avons, dans le plan horizontal, une relation entre Y_7 , Y'_7 et $\frac{\Delta p}{p}$

$$-\Delta Y'_7 = \varphi \frac{\Delta p}{p}$$

(On a $-\Delta\varphi$ puisque à un $\Delta\varphi > 0$ correspond un ΔY_7 et $\Delta Y_7' < 0$ étant donné le choix du sens de nos axes).

En effet :

$$\begin{vmatrix} Y_7' \\ Y_7 \end{vmatrix} = T_7^o \begin{vmatrix} Y_o' \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ x & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \varphi \frac{\Delta P}{P} \\ 0 \end{vmatrix}$$

ce qui donne deux équations d'où l'on peut éliminer $Y'(o)$. Il vient alors :

$$Y_7' = \frac{(T_7^o)_{11}}{(T_7^o)_{21}} Y - \varphi \frac{\Delta P}{P} \left(x \frac{(T_7^o)_{11}}{(T_7^o)_{21}} - 1 \right)$$

soit :

$$Y_7' = A Y_7 + B \frac{\Delta P}{P} \quad (2)$$

En tenant compte de la relation (1) :

$$\frac{Y_7'}{Y_7} = \frac{1}{D} = \left\{ \frac{(T_7^o)_{11}}{(T_7^o)_{21}} - \frac{\varphi}{C} \left(x \frac{(T_7^o)_{11}}{(T_7^o)_{21}} - 1 \right) \right\}$$

En remplaçant par les valeurs numériques il vient :

$$D = 0,51 \text{ m}$$

Nous placerons donc le deuxième référentiel à 8,2 m de l'aimant.

Etude expérimentale

1/ Recherche du courant dans l'aimant pour obtenir la déviation $\varphi = 450 \text{ mr}$

(Les courants dans Q_I et Q_{II} sont ceux déterminés dans l'étude du premier doublet seul).

2/ Etude des focalisations (méthode du fil à deux points fixes).

Plan vertical : on explore toutes les régions de l'aimant en faisant varier Y_2 et la longueur du fil. On mesure la pente v des diagrammes $Z_1 - Z_2 = f(Z_2)$, d'où q_v .

Plan horizontal : La pente u' des droites $Y_1 = f(Y_2)$, ($Z_2 = 0$) donne q_H .

3/ Ajustement des courants de Q_I et Q_{II}

On règle la longueur du fil à $Y_2 = 0$ de manière à réaliser dans Q_I le rayon central et les deux rayons extrêmes (définis par la position et les dimensions du collimateur horizontal). On ajuste alors les courants dans Q_I et Q_{II} . On obtient $q_v = 16,1 \text{ m}$ (après l'aimant).

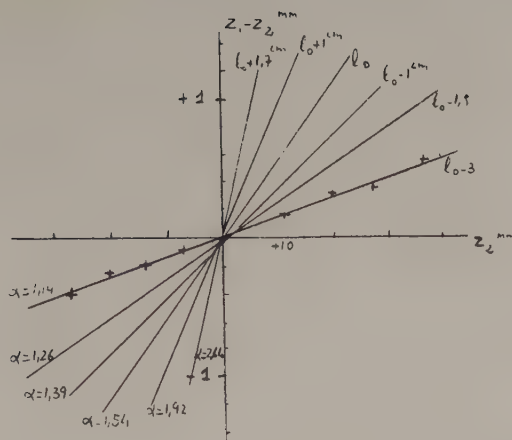
4/ Etude des aberrations

C'est ici que nous utilisons les rayons particuliers dans les diagrammes :

$$Z_1 - Z_2 = f(Z_2)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_2 = 0 \\ \text{longueur du fil variable} \end{array} \right.$$

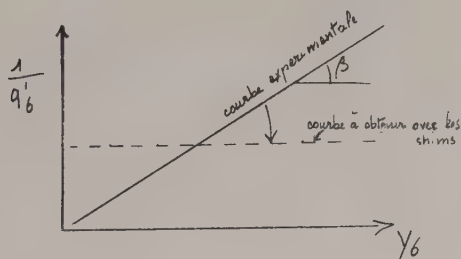


A chaque valeur de l correspond une impulsion qui est reliée à la valeur de Y_1 . (On mesure en fait la moyenne de Y_1 pour les différentes valeurs de Z_2).

D'où :

$$Y_6 = \frac{s_2}{s_2 - s_1} Y_1$$

La détermination des pentes des droites $Z_1 - Z_2 = f(Z_2)$ permet alors de connaître la variation de $\frac{1}{q'_6}$ en fonction de Y_6 .



Elle est approximativement représentée par une droite de pente $\beta = 7,4 \cdot 10^{-4}$.

Pour réaliser la condition $q'_6 = \text{constante}$, nous devons donc introduire dans l'aimant des corrections telles que :

$$\Delta \left(\frac{1}{f_6} \right) = - \beta Y_6 \text{ (sans toucher au premier doublet).}$$

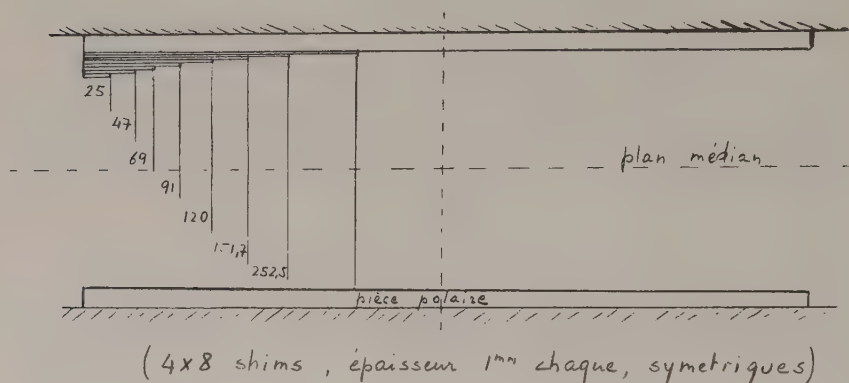
On montre (voir annexe III) que la variation de champ magnétique vertical due aux shims est :

$$\Delta B_z = \frac{1}{2} \frac{B}{\varphi} \beta Y_6^2$$

et qu'il faut donc corriger l'entrefer comme indiqué sur la figure d'une quantité :

$$\Delta e = \frac{e}{2} \frac{\beta}{\varphi} Y_6^2 = 2 \times 0,85 \cdot 10^{-4} \cdot Y_6^2$$

Nous avons réalisé une approximation de la parabole par 8 marches de 1 mm d'épaisseur.



5/ L'introduction des shims modifiant le champ magnétique, il est nécessaire de réajuster le courant dans l'aimant analyseur. On revient alors au fil à un point fixe et poulie. L'aimant étant seul alimenté, on détermine le courant donnant la déviation $\varphi = 450$ mr en effectuant la moyenne de dix mesures répétées pour éliminer l'effet du trop grand amortissement des oscillations horizontales du fil. Puis on réajuste les courants des deux premiers quadrupôles de manière à obtenir les focalisations correctes.

On opère de même, en changeant le courant dans le fil, pour 0,7, 0,85, 1,15 et 1,3 Bev/c. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant, q étant la distance de l'image après l'aimant :

p Bev/c	0,7	0,85	1	1,15	1,3
q_v mètres	15,1	15,9	15,7	15,9	15,7
q_H mètres	15,5	15,6	16,5	16,1	16,

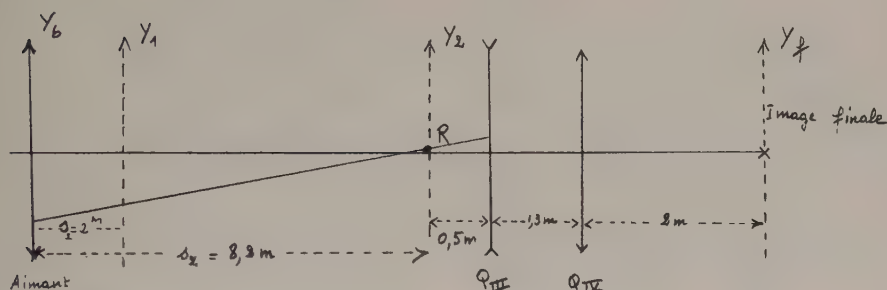
6/ Enfin, nous mesurons les aberrations résiduelles. Nous revenons à la méthode du fil à 2 points fixes, avec $Y_2 = 0$ et nous déterminons la foca-

lisation verticale pour différentes longueurs de fil, c'est-à-dire pour différents Y_1 (Y_1 varie très peu avec Z_2). Y_2 étant fixe, à chaque Y_1 donc à chaque longueur l correspond une certaine impulsion ⁽¹⁾.

Si nous avons parfaitement corrigé les aberrations, la pente v du diagramme $Z_1 - Z_2 = f(Z_2)$ doit être indépendante de Y_1 . Il est donc commode de représenter les résultats sous la forme :

$$Z_1 - Z_2 = g(Y_1) \text{ avec } Z_2 \text{ comme paramètre}$$

(figures 11 - 12)



Cependant, le point R étant à 50 cm de Q_{III} , les rayons particuliers ($Y_2 = 0$) ne peuvent remplir tout ce quadrupôle. L'information déduite de leur étude est donc insuffisante pour la détermination des corrections du second doublet. C'est pourquoi nous avons également étudié la variation de la focalisation verticale avec Y_2 , en opérant avec une longueur de fil constante (longueur du fil matérialisant la trajectoire centrale, $Y_2 = 0$, pour 1 Bev/c).

Après l'implantation définitive du premier doublet et de l'aimant, nous avons vérifié tous les étalonnages en attachant une extrémité du fil directement sur le support de cible dans la section droite.

III - ETUDE DU DERNIER DOUBLET

Nous voulons corriger les lentilles III et IV de façon à retrouver à l'entrée de Q_{III} la même configuration du faisceau qu'à la sortie de l'aimant, tout en ayant une image finale achromatique. Pour cela nous revenons à la méthode classique du fil à un point fixe, et nous plaçons la poulie à 2 mètres derrière la dernière lentille (image finale).

La propriété suivante du référentiel centré sur R va nous permettre de procéder à l'étude du second doublet.

(1) Un calcul analogue à celui fait pour le point R (p.20) donne une relation linéaire entre $\frac{\Delta p}{p}$, Y_6 et Y_6' . Or Y_6 et Y_6' dépendent linéairement de Y_1 et Y_2 (référentiels). D'où :

$$\frac{\Delta p}{p} = \alpha_1 Y_1 + \alpha_2 Y_2$$

Nous avons également déterminé expérimentalement α_1 et α_2 (voir p.27).

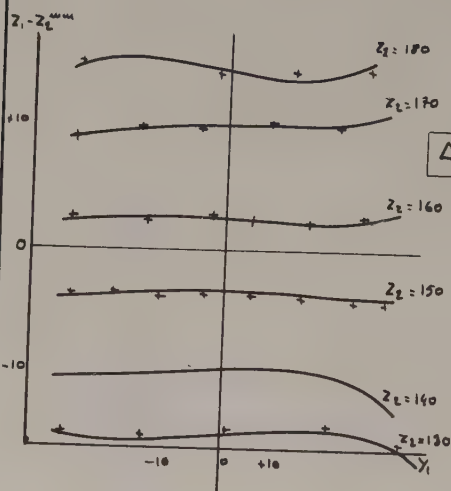


Figure 11 (avec shims)

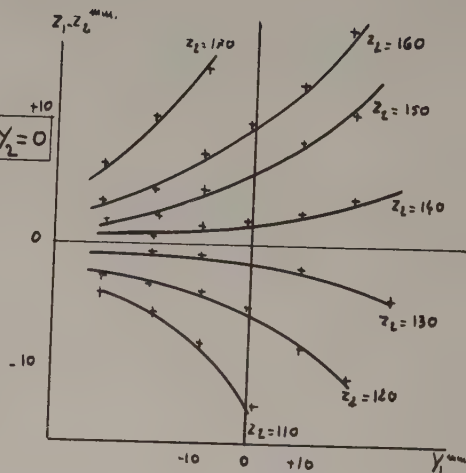


Figure 12 (sans shims)

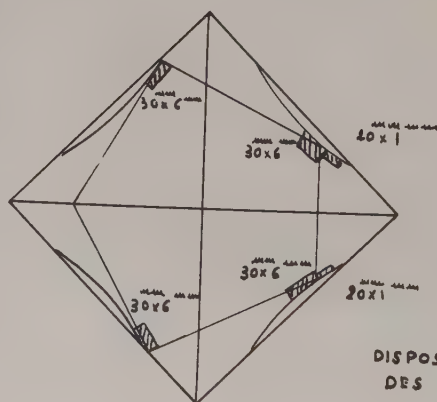


Figure 13

$Q_{III} (4:30 \times 6, 2:20 \times 1)$

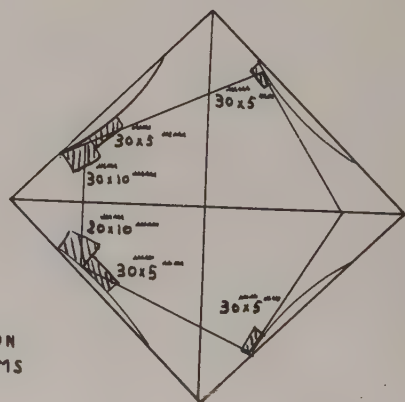
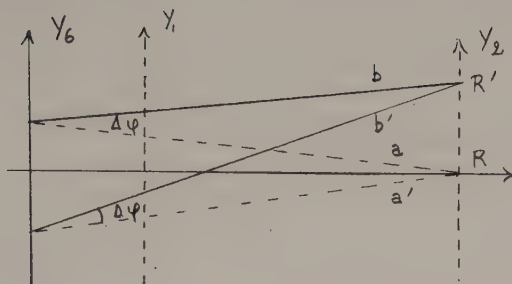


Figure 14

$Q_{II} (4:30 \times 5, 2:20 \times 10)$



Considérons les rayons particuliers dont les projections horizontales a et a' passent par R , et deux autres groupes de rayons dont les projections horizontales b et b' , définies sur la figure passent par un point R' de l'axe Y_2 . Les rayons a , a' , b , b' correspondent à des impulsions différentes.

L'écart $\Delta\varphi$ entre les rayons a et b , a' et b' , provient seulement d'une différence Δp qui conduit à une déviation différente dans l'aimant. Donc les rayons a et b ont même projection horizontale jusqu'à l'aimant. De même pour les rayons a' et b' . Il en résulte que :

- les aberrations de sphéricité sont les mêmes pour les rayons a et b d'une part, a' et b' de l'autre.

- la différence des aberrations chromatiques (qui ne dépend que de Δp) est la même entre les rayons a et b et les rayons a' et b' .

On en déduit pour la somme des aberrations chromatiques et des aberrations de sphéricité :

aberrations des rayons a - aberrations de b = aberrations de a' - aberrations de b' .

Mais, par définition du point R , les aberrations totales des rayons se projetant en a et a' sont nulles. Donc les rayons qui se projettent en b et b' ont mêmes aberrations.

Ce résultat est général : tous les rayons dont la projection horizontale passe par un point R' de l'axe Y_2 convergent verticalement au même point, c'est-à-dire que q_v ou v , n'est fonction que de Y_2 . (Mais le dernier doublet n'est pas achromatique pour ces rayons).

Nous pouvons donc étudier le dernier doublet en utilisant des rayons dont la projection horizontale passe par le point R' et le point $Y_1 = 0$. Ces rayons sont matérialisés par le fil en plaçant le point fixe à $Y_1 = 0$, en faisant passer dans le fil un courant correspondant à $\frac{\Delta p}{p} = \alpha_2 Y_2$, et en déplaçant la poulie selon Y_1 de manière que le fil se projette horizontalement en R' .

La convergence verticale de ces rayons doit être la même fonction de Y_2 que celle déterminée sur la première partie du système. Nous partons donc des diagrammes $Z_1 - Z_2$ fonction de Z_2 , avec Y_2 comme paramètre, obtenus après l'aimant à longueur de fil constant, donc des valeurs $q_v = f(Y_2)$.

Pratiquement, pour des raisons d'encombrement, il est nécessaire de déplacer le second référentiel. Dans les nouveaux référentiels :

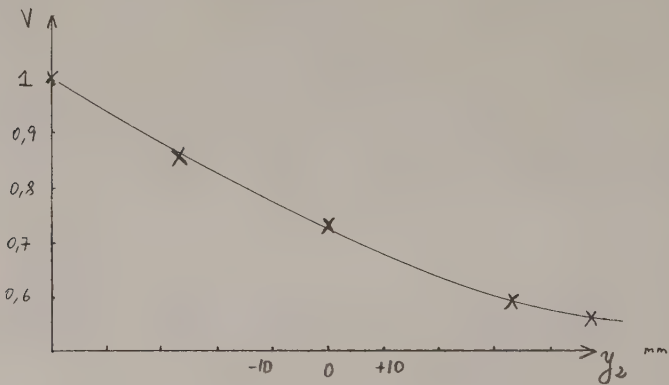
$$V = \frac{S_2 - S_1}{q_v - s_2} \qquad y_2 = \frac{S_2 - S_1}{s_2 - s_1} \, Y_2$$

($S_1 = s_1 = 2 \text{ m}$, $S_2 = 7,81 \text{ m}$).

Nous calculons le tableau :

Y_2^{mm}	y_2^{mm}	q_v^m	V
- 60	- 56,2	13,65	0,99
- 30	- 28,1	14,5	0,87
0	0	15,2	0,82
+ 30	+ 28,1	16,1	0,7
+ 60	+ 56,1	17,35	0,67

La courbe caractéristique que nous voulons retrouver sur le dernier doublet est $V = F(y_2)$ ($Y_1 = 0$).



Nous avons maintenant : $\frac{\Delta p}{p} = - \frac{\Delta i}{i} = A_2 y_2$. Le coefficient A_2 a été déterminé expérimentalement : $A_2 = 0,35.10^{-3}$.

Par analogie avec le premier doublet, nous commençons par introduire dans Q_{III} une disposition pentagonale des shims, correspondant au coefficient :

$$f_8 \, \Delta \left(\frac{1}{f_8} \right) = 13,5.10^{-2} \left(\frac{Y_8}{r} \right)$$

En fait un des sommets du pentagone se trouvant en dehors des pièces polaires, on supprime le shim correspondant à ce sommet.

Théoriquement une disposition octogonale devrait assurer dans Q_{IV} une correction totale des aberrations de sphéricité : $\Delta \left(\frac{1}{f_{10}} \right) = 0$.

Mais on vérifie expérimentalement qu'un deuxième pentagone, mais inversé par rapport à celui de Q_{III} donne des résultats satisfaisants (figures 13 - 14).

Nous avons ensuite déterminé les courants I_{III} et I_{IV} pour les impulsions 0,7, 0,85, 1,15 et 1,3 Bev/c de manière à obtenir les valeurs correctes des focalisations horizontale et verticale dans les deux plans médians.

IV - PROBLEMES DIVERS

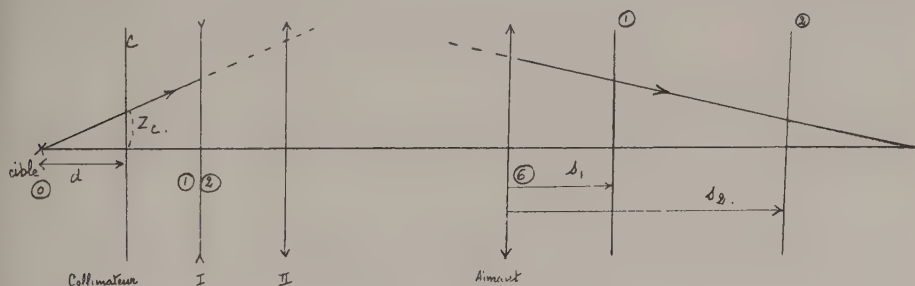
1/ Collimateurs

Nous avons déterminé la dimension finale des collimateurs en étudiant le premier doublet suivi de l'aimant, le fil étant directement attaché sur la cible. Dans les diagrammes $Z_1 Z_2$ et $Y_1 Y_2$ nous avons éliminé les bords extrêmes qui entraînaient trop d'aberrations, et imposé les focalisations : $q_v = 15,4$ m pour le plan vertical et $q_h = 16,2$ pour le plan horizontal.

D'où les ouvertures $\alpha_u = 16,3$ m et $\alpha_v = 4$ mr.

2/ Détermination expérimentale des grandissements

Nous avons aussi mesuré les grandissements intermédiaires de la première partie du système (G') et du dernier doublet (G'').

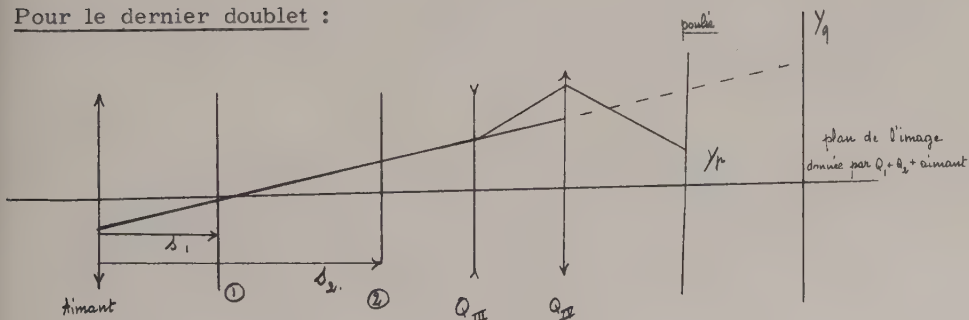


par exemple dans le cas du vertical :

$$G' = \frac{Z'_0}{Z'_6} = \frac{\alpha_{\text{entrée}}}{\alpha_{\text{sortie}}}$$

$$\alpha_{\text{entrée}} = \frac{\Delta Z_c}{d} = \alpha_{\text{sortie}} = - \frac{Z_1 - Z_2}{s_2 - s_1}$$

Pour le dernier doublet :



$$G_H'' = \frac{\Delta Y_p}{\Delta Y_0} = \frac{\Delta Y_p}{\Delta Y_2} \times \frac{\Delta Y_2}{\Delta Y_0}$$

$$G_v'' = \frac{\Delta Z_p}{\Delta Z_0} = \frac{\Delta Z_p}{\Delta Z_2} \times \frac{\Delta Z_2}{\Delta Z_0}$$

D'où le tableau :

	Mesuré	Théorique
$Q_I + Q_{II} + \text{Aimant}$	G_v' G_H' - 1,99 - 5	- 2,045 - 4,58
$Q_{III} + Q_{IV}$	G_v'' G_H'' 0,794 0,255	0,629 0,314
Système total	G_v G_H - 1,39 - 1,57	- 1,44 - 1,29

3/ Mesure de la dispersion en impulsion

Théoriquement :

$$\frac{\Delta \varphi}{\varphi} = - \frac{\Delta p}{p}, \quad \varphi = 450 \text{ mr}$$

La mesure conduit à :

$$\Delta \varphi = 4,25 \left(\frac{\Delta p}{p} \right) \%$$

A l'image finale :

$$Y_f = - G_H'' q_H \Delta \varphi = G_H'' q_H \varphi \frac{\Delta p}{p}$$

En portant dans cette relation les valeurs expérimentales $G_H'' = 0,25$, $q_H = 16,2$, $\varphi = 4,25$, on obtient :

$$Y_f = 17,2 \frac{\Delta p}{p} \%$$

ou

$$\frac{1}{p} \frac{\Delta p}{\Delta Y_f} = 0,058 \% / \text{mm.}$$

CHAPITRE IV

RÉALISATION ET PERFORMANCES DU FAISCEAU

I - LA REALISATION

Nous avons utilisé une cible interne en cuivre massif placée dans la section droite n° 2 de Saturne. Cette cible est projetée dans le faisceau primaire, à un instant bien déterminé du cycle de la machine.

La section droite se prolonge dans l'axe du faisceau, à 18°30 de la direction des protons incidents, par un tube de forme tronc conique de 1 m de long environ. Une fenêtre de mylar de 190 μ à la sortie de ce tube isole du reste du système le vide de la machine.

Le champ de fuite de l'aimant de Saturne est de quelques milliers de gauss. On réduit ce champ par un facteur dix au moyen d'un blindage de fer de 5 mm d'épaisseur placé autour du tube de sortie.

Tube à vide

Pour réduire le plus possible la diffusion multiple le long du trajet des particules, celles-ci se propagent dans le vide. Plusieurs tronçons de tube en acier inoxydable de 2 mm d'épaisseur reliés par des tombacs en téflon, réalisent cette enceinte. Leur diamètre est légèrement inférieur à celui des quadrupôles soit 198 mm. Une boîte, également en acier inoxydable de 5 mm d'épaisseur plate, allongée, incurvée de 26°30, angle de déviation du faisceau, est placée dans l'aimant. Ce tube n'est pas directement relié au vide de Saturne. Il est fermé par une fenêtre de 190 μ de mylar, séparée de celle de la machine par 6 cm d'air. Il est par contre en communication avec le séparateur, un système de vannes permettant de les rendre indépendants.

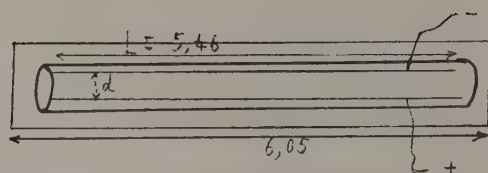
Un vide de 1 à 2.10⁻⁶ mm de Hg est obtenu par une pompe à diffusion munie de pièces à azote liquide. Une jauge à ionisation C.S.F. mesure en permanence la pression et un système d'alarme déclenche une sonnerie s'il se produit une entrée d'air ou une remontée accidentelle de pression.

Séparateur

Le séparateur utilisé a été construit par la compagnie C.S.F. pour le Département Saturne du Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay.

Ses plaques sont en acier Inox, placées dans une enceinte cylindrique sous vide, et longues de 5^m46.

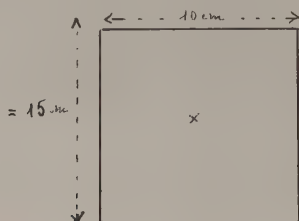
La distance d entre les plaques peut prendre trois valeurs : 5, 10, 15 cm.



Le potentiel électrique est fourni par deux génératrices continues S.A.M.E.S. pouvant fournir une tension maximum de 300 Kilovolts chacune, réglées à $\pm 1\%$.

Le vide doit être meilleur que 10^{-5} mm. Une fuite d'Argon de quelques 10^{-6} mm de Hg diminue le rythme des claquages.

Le champ magnétique, de valeur maximum 500 gauss, est créé par une bobine enroulée sur une caisse de $6,05$ de long.



Dans une section droite de $10\text{ cm} \times 15\text{ cm}$, le rapport $\frac{E}{H}$ est constant, à $\pm 2\%$ de sa valeur au centre.

Collimateurs et fente de masse

Pour délimiter spatialement le faisceau et définir l'angle solide, on place, avant le premier quadrupôle, deux collimateurs l'un agissant dans le plan vertical, l'autre dans le plan horizontal. Pour diffuser vers l'extérieur du faisceau les particules que nous voulons éliminer, on crée dans le fer un champ magnétique par un bobinage approprié.

Un courant de 1 ampère correspond à un champ dans le fer de 14000 gauss, et à un champ de fuite à l'extérieur inférieur à 20 gauss. Des câbles amovibles permettent de faire varier l'ouverture des collimateurs.

La fente de masse est également magnétique, suivant le même principe. Elle est aussi alimentée sous un ampère (champ 14300 gauss).

La photo d'ensemble (figure 1) prise à la sortie de la section droite montre les collimateurs, les deux premiers quadrupôles et l'entrée de l'aimant analyseur, le tout à l'intérieur du mur de béton entourant Saturne.

Entre le premier doublet et l'aimant, on aperçoit une pompe à vide et le système de remplissage des pièges à azote liquide.

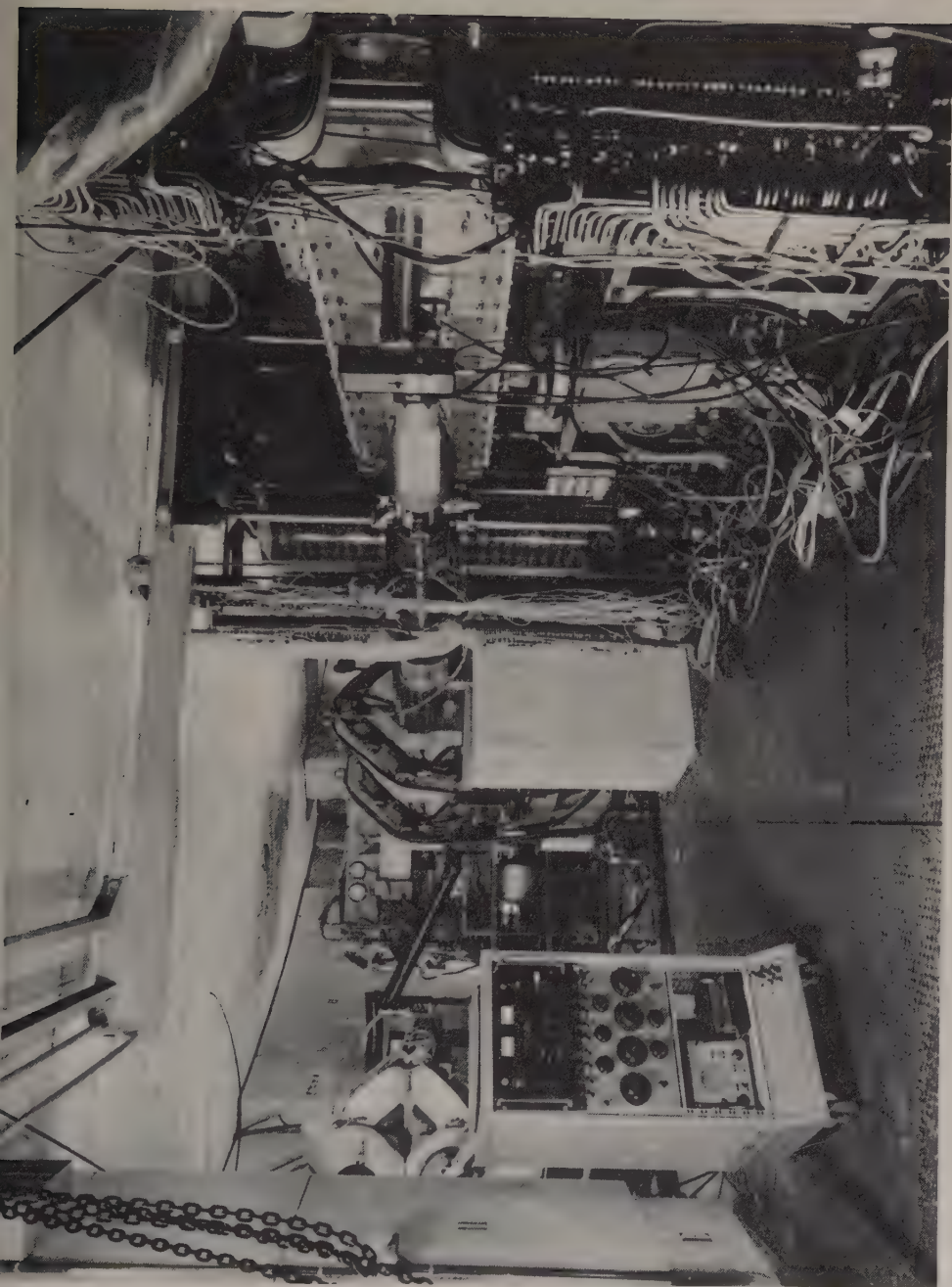
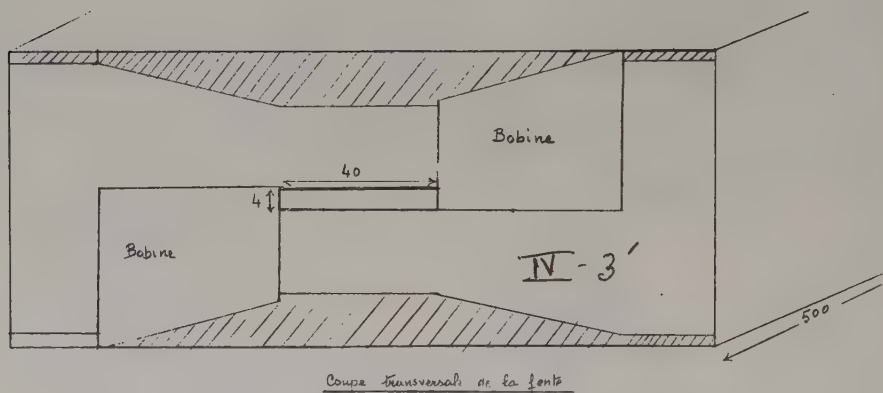
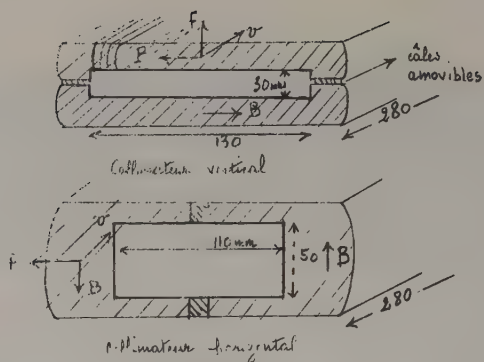


Figure 1



II - ETUDE DES CARACTERISTIQUES DU FAISCEAU

Après la mise en place définitive des divers éléments du faisceau il faut vérifier que pour les courants déterminés par la méthode du fil, on obtient une image de la cible de dimensions correctes, une bonne stabilité et une séparation suffisante pour les différentes particules.

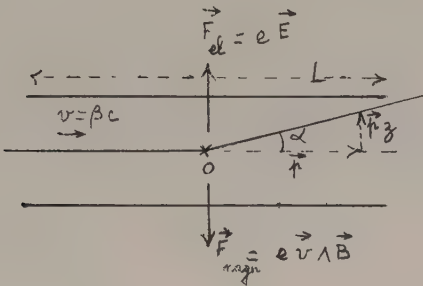
Nous avons mesuré toutes ces caractéristiques par deux méthodes : une méthode électronique et une méthode photographique qui ont donné des résultats tout à fait concordants.

1/ Méthode électronique

Immédiatement après la fente est placé un télescope de deux scintillateurs S_2 et S_3 distants de 30 cm, qui permet de compter les particules du

faisceau quelle que soit leur nature. Le comptage est rapporté à celui d'un moniteur M_1 M_2 qui regarde directement la cible sous un angle de 35° (voir chapitre V).

Pour étudier le profil vertical du faisceau, nous laissons fixes S_2 S_3 , nous déplaçons le faisceau grâce au champ magnétique du séparateur.



En effet, rappelons l'expression de déviation électrique et de la déviation magnétique pour une particule :

$$\alpha_{el}^{mr} = k \times \frac{1}{\beta} \times \frac{V^{volts}}{p^{ev}}$$

$$\alpha_{magn}^{mr} = K \times \frac{1}{p} \times I_A \text{ (B proportionnel à } I_A \text{)}$$

Pour une impulsion donnée, la déviation magnétique est indépendante du β , donc de la masse des particules. Nous pouvons donc déplacer la totalité du faisceau dans le plan vertical en faisant varier le courant I_A qui crée le champ magnétique.

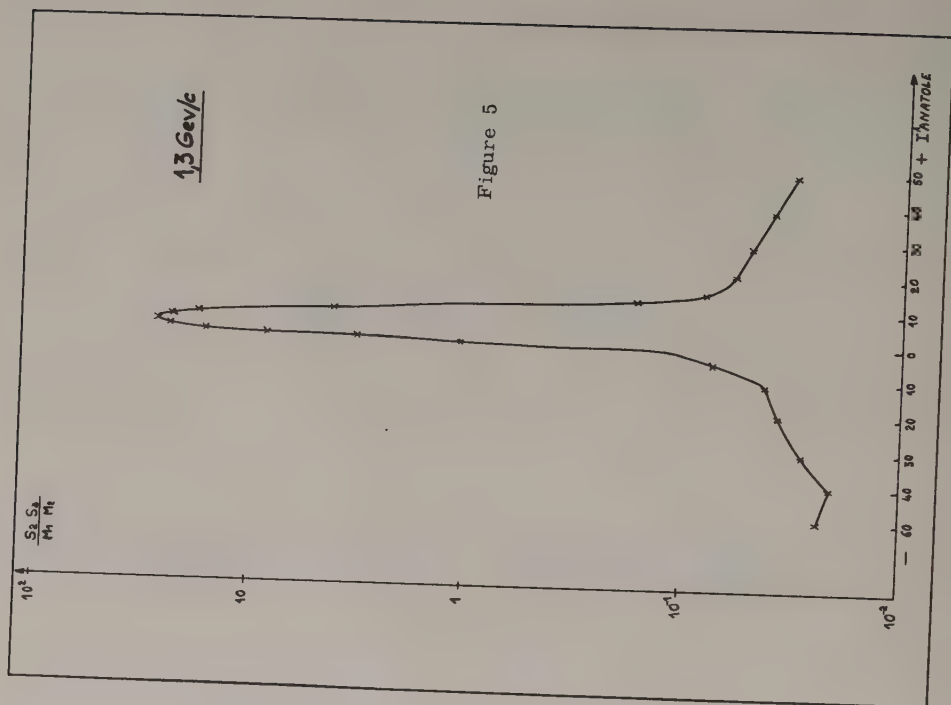
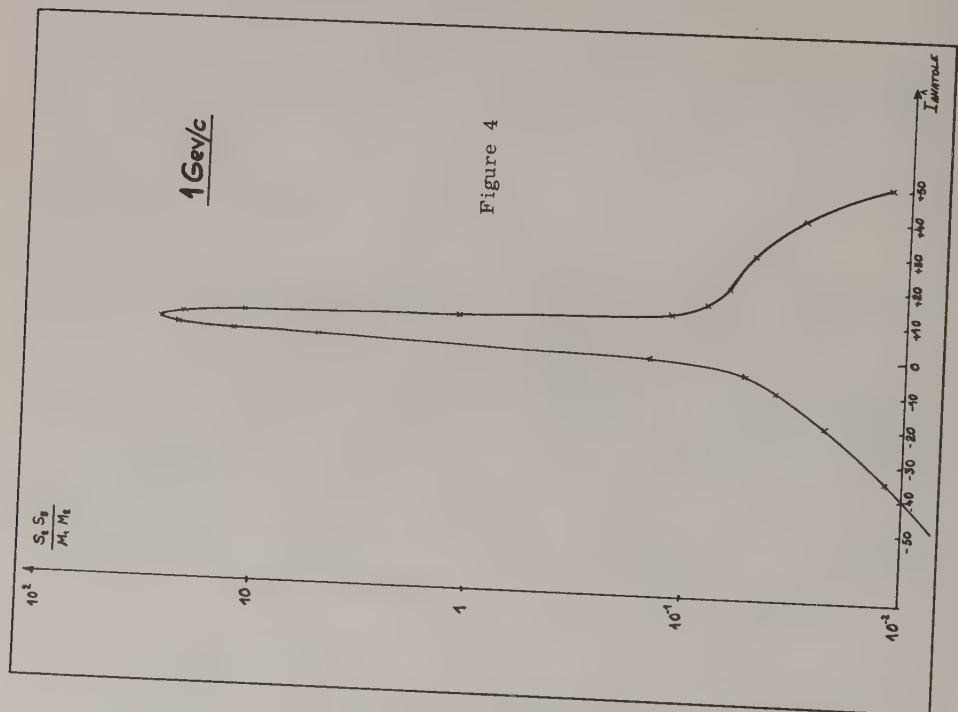
Les particules d'un β donné passent dans la fente si : $I_A = I_A^o + C \frac{V}{\beta}$.

a) Etude du faisceau non séparé

Nous étudions d'abord le faisceau sans haute-tension sur le séparateur, c'est-à-dire sans faire intervenir la séparation de masse.

En traçant les courbes $\frac{S_2 S_3}{M_1 M_2} = f(I_A)$, nous pouvons estimer la largeur de l'image à mi-hauteur pour différentes impulsions.

$p^{Bev/c}$	$\Delta I_{mesuré}^{amp}$	$\left(\frac{dZ}{dI}\right)^{mm/A}$	Hauteur de l'image
0,7	3	2,25	6,5
0,85	3,4	1,85	6,3
1	3,8	1,58	6
1,15	4,3	1,37	5,9
1,3	4,9	1,21	5,9



Connaissant le coefficient $\left(\frac{dZ}{dI}\right)^{mm/A}$ par la méthode du fil (valeur confirmée par la méthode photographique) nous obtenons la dimension verticale de l'image pour chaque impulsion. Elle est pratiquement constante, quel que soit p.

Pour 1 Bev/c à 7 A du centre de l'image géométrique, soit 11 mm, le taux de comptage rapporté au maximum est de : $2,3 \cdot 10^{-3}$.

La cause principale du "halo" qui borde l'image est la diffusion multiple :

1/ Matière directement traversée par le faisceau

L'épaisseur totale des différentes fenêtres minces et de la couche d'air entre la sortie de la section droite de Saturne et le tube à vide équivaut à $4 \cdot 10^{-2}$ g/cm². Cela correspond à un angle moyen de diffusion :

$$\langle \bar{\theta} \rangle = \frac{21}{p\beta_c} \sqrt{\frac{L}{L_0}} = 1 \text{ mr} \quad \text{avec} \quad L_0 = 42 \text{ g/cm}^2$$

Ces particules diffusées sont perdues pour l'image mais contribuent au fond. On en élimine une partie par les collimateurs et la fente magnétiques (le "fond" diminue de 15 % lorsque l'on branche les circuits magnétiques).

2/ Influence des différents blindages

Nous avons calculé à travers les éléments successifs de l'optique, les images respectives des points du faisceau susceptibles d'envoyer des particules diffusées sur l'image : plaques du séparateur, bords des collimateurs, tube de sortie de la section droite de Saturne. Seul ce dernier peut contribuer de façon appréciable au fond.

b) Etude du faisceau séparé

En utilisant le champ électrique, nous séparons les particules suivant leurs masses. Les diagrammes $I = f\left(\frac{1}{\beta}\right)$ donnent les courants nécessaires pour faire passer une particule de masse donnée dans la fente, pour chaque valeur de la haute tension (figure 6).

A 200 Kv le profil obtenu (figure 7) montre la séparation du faisceau en π , protons, He³, deutons, tritons, (les α ne sont pas séparés des deutons). La séparation $\pi - p = 30$ mm correspond bien à l'angle de 4,02 mr calculé pour 1 Bev/c.

Le rapport des maximums π/p à l'image est 4, valeur raisonnable pour l'énergie et l'angle d'émission considérés.

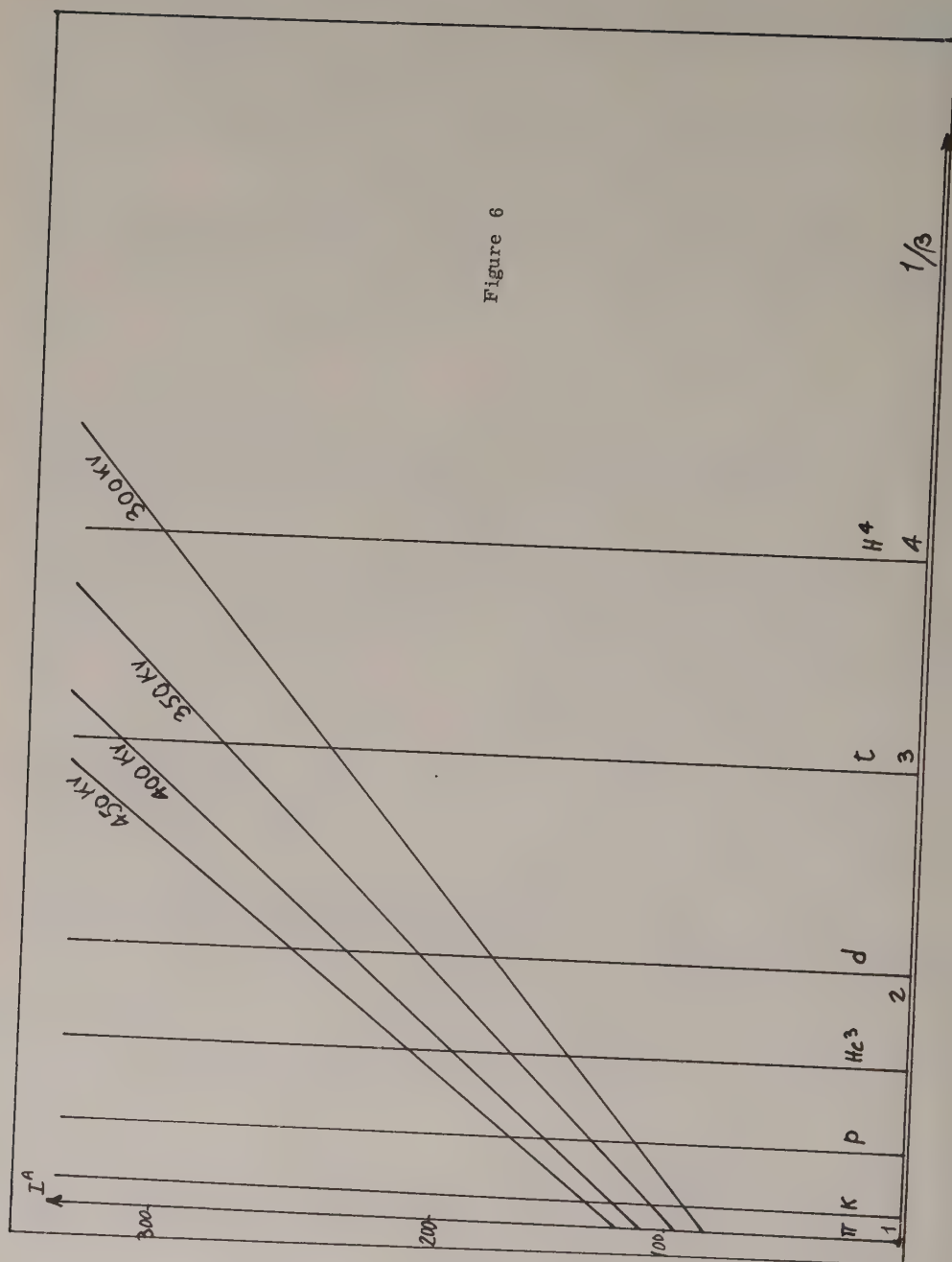
A 200 Kv, la séparation n'est pas encore suffisante pour faire apparaître les mésons K sur un tel profil.

Mesure de l'impulsion du faisceau

Les propriétés de séparation du champ électrique et magnétique permettent aussi de déterminer de façon tout à fait indépendante de l'analyse magnétique du faisceau, l'impulsion des particules, ce qui est un bon contrôle de la cohérence de nos mesures.

La condition pour que la particule passe dans la fente est :

Figure 6



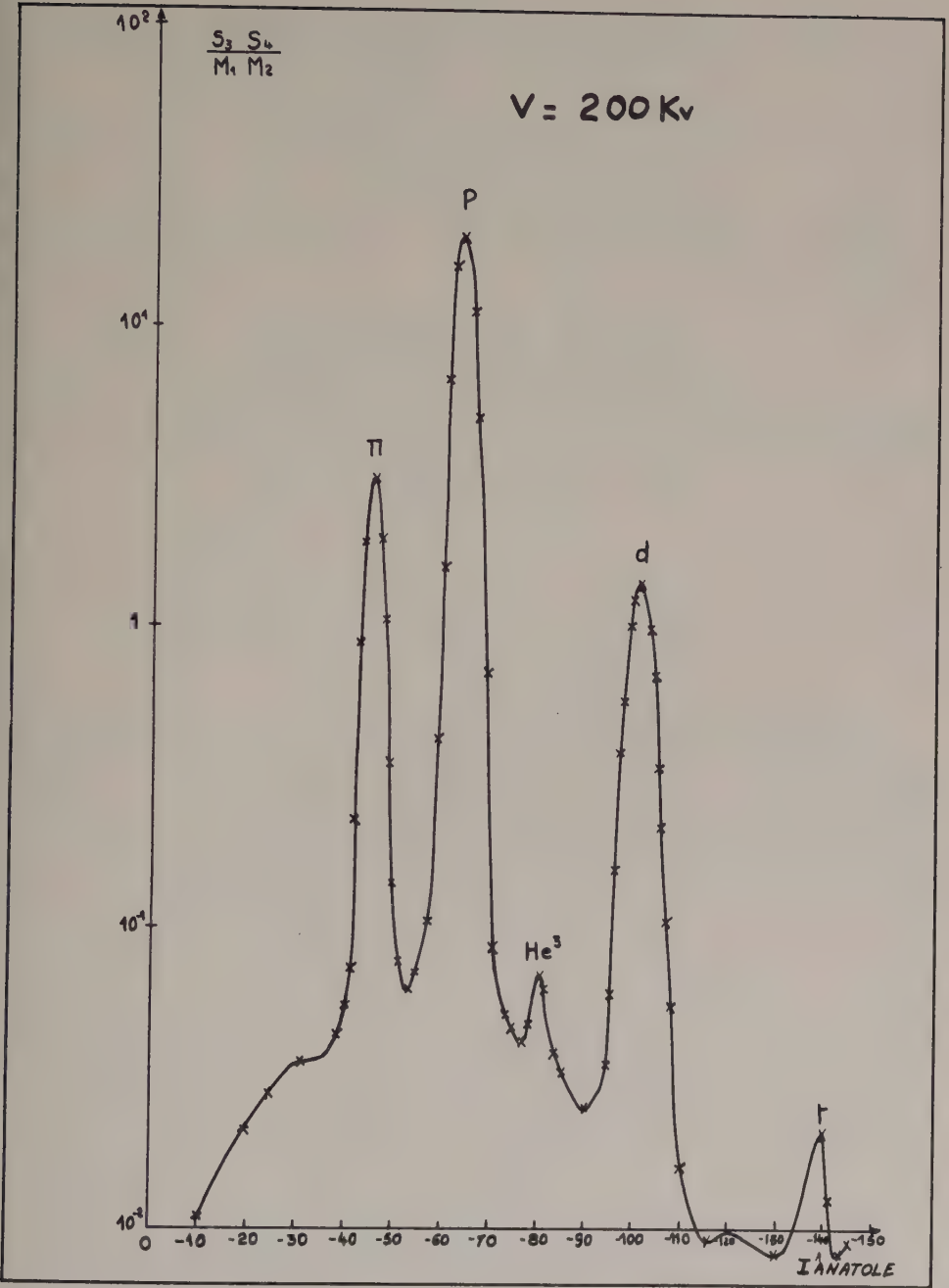


Figure 7

$$\beta = \frac{E}{cB}$$

et

$$I_A = I_A^o + C \frac{V}{\beta}$$

Pour le même V :

$$I_A^p - I_A^o = \frac{\beta_p}{\beta_\pi} (I_A^p - I_A^o)$$

Donc le diagramme $I_A^p = f(I_A^o)$ est une droite (chaque point de cette droite correspondant à une valeur de V).

d'où :

$$\frac{\beta_p}{\beta_\pi} = \frac{\Delta I_\pi}{\Delta I_p} \quad \text{pour le même } \Delta V.$$

Or β_π varie très peu avec l'impulsion. Nous pouvons le considérer comme exact et :

$$\beta_p = \beta_\pi \times \frac{\Delta I_\pi}{\Delta I_p}$$

A 1 Bev/c nous mesurons un rapport $\frac{\Delta I_\pi}{\Delta I_p} = 0,735$ (figure 8).

d'où :

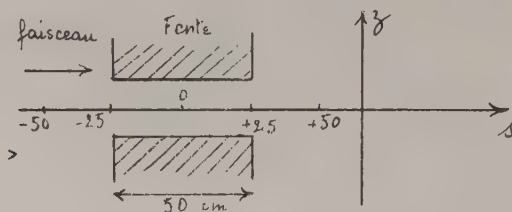
$$\beta_p = 0,729 + 0,002 \quad \text{et} \quad p = 1 \pm 0,007 \text{ Bev/c}$$

2/ Méthode photographique

Pour obtenir une section du faisceau, à une abscisse donnée on peut placer sur son trajet un film de grande sensibilité. Nous avons utilisé du film sensible aux rayons X.

Un temps d'exposition d'environ une heure donne un noircissement suffisant pour une intensité moyenne de Saturne.

Dans le plan vertical nous avons étudié trois grandeurs :



a) La dimension verticale de l'image à l'abscisse 0.

b) Le coefficient $\left(\frac{dZ}{dI_{\text{nat}}}\right)^{\text{mm/A}}$ pour le faisceau non séparé, à l'abscisse -25 pour trois valeurs de I_A : -10^A , $+20^A$, $+40^A$. Cette mesure donne $\frac{dZ}{dI} = 1,55 \text{ mm/A}$.

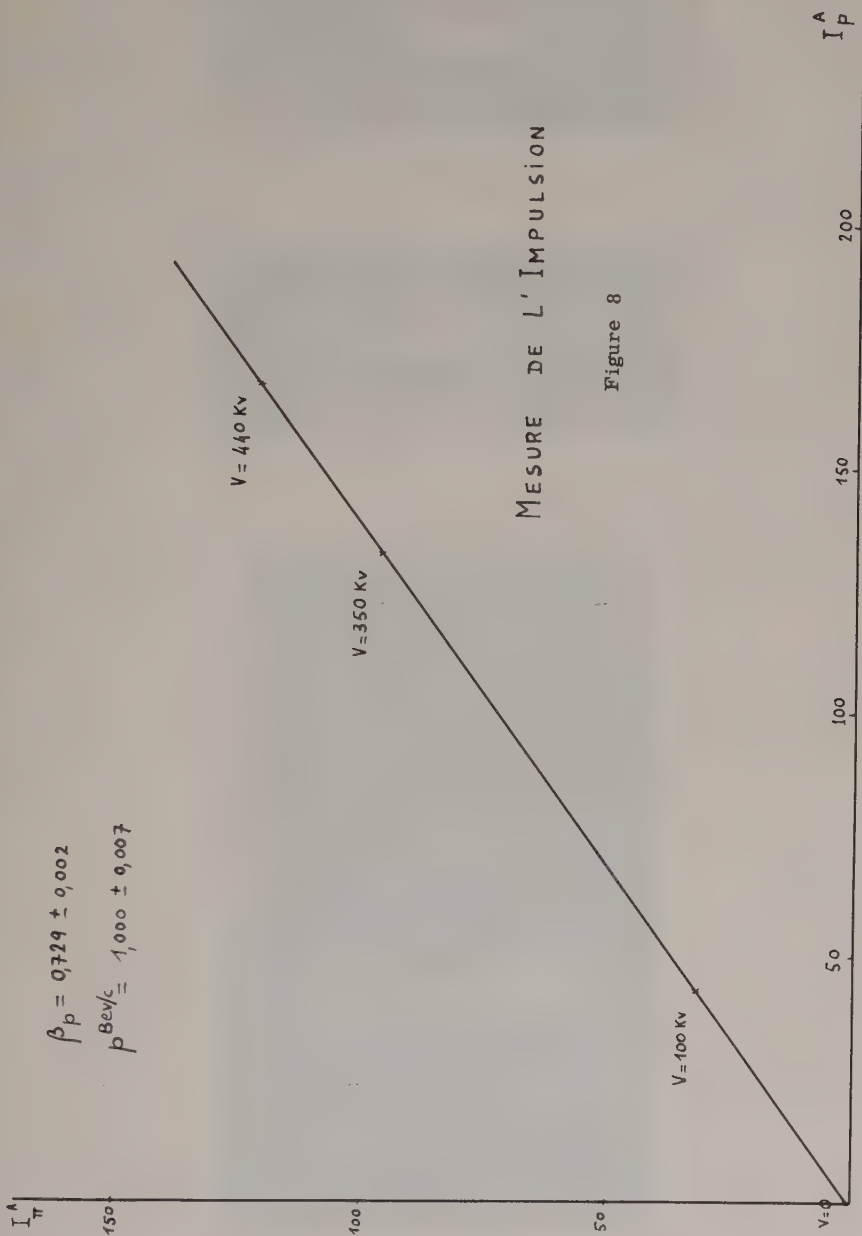


Figure 8

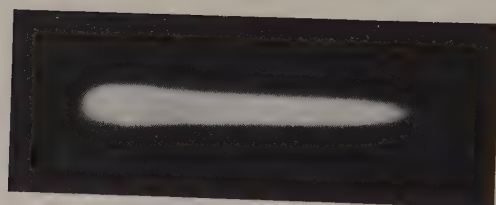


Figure 9

c) La séparation à 1 Bev/c pour $V = 200$ Kv, à l'abscisse - 25. La mesure du noircissement de la tache, en fonction de z , au photomètre enregistreur donne une dimension verticale de l'image de l'ordre de 6 mm.

La figure 9 montre trois de ces clichés :

- deux d'entre eux sont pris à tension nulle sur le séparateur et correspondent aux abscisses : - 25 (avant la fente) 0 (image verticale) + 25 (derrière la fente).

- le troisième montre la séparation des deutons, protons et mésons π pour une tension de 200 Kv.

La méthode photographique nous donne en plus des informations sur les dimensions horizontales des images.

En effet, des photos prises aux abscisses - 50, - 25, 0, + 25, + 50 (voir figure 10) donnent la forme du faisceau au niveau de la fente.

On observe sur tous les clichés une tache noire qui traduit une asymétrie droite-gauche du faisceau. Ceci peut s'interpréter par une imperfection de correction du dernier doublet. En effet, les mesures du fil indiquent que le dernier quadrupôle est plus convergent à droite qu'à gauche, de 15 % environ, d'où une concentration de particules à droite. Ceci n'est pas très grave puisque la fente accepte la presque totalité du faisceau.

L'effet de torsion des images des deutons et des π (figure 9) est dû aux imperfections de focalisation. Il ne présente aucun inconvénient dans l'utilisation du faisceau car on travaille toujours avec des images centrées sur la fente de masse.

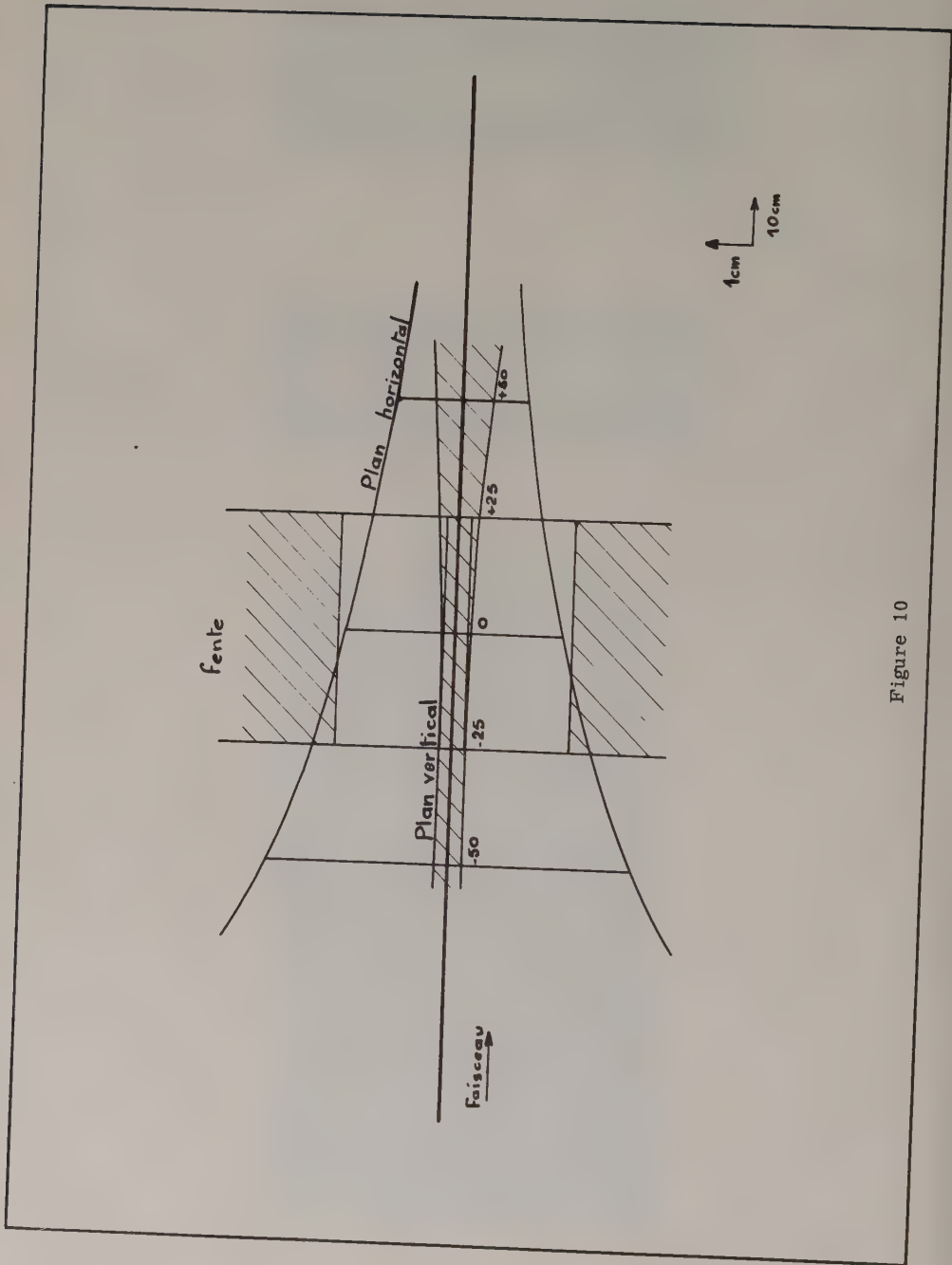


Figure 10

CHAPITRE V

DÉTERMINATION DE L'INTENSITÉ DES MÉSONS K DANS LE FAISCEAU SÉPARÉ

PREMIERE PARTIE

IDENTIFICATION DES MESONS K⁺ ET CONTAMINATION DU FAISCEAU

1/ Principe de l'identification

Pour une impulsion de 1 Bev/c nous avons :

$$\beta_p = 0,729$$

$$\beta_K = 0,896$$

$$\beta_\pi = 0,990$$

soit une différence de temps de vol :

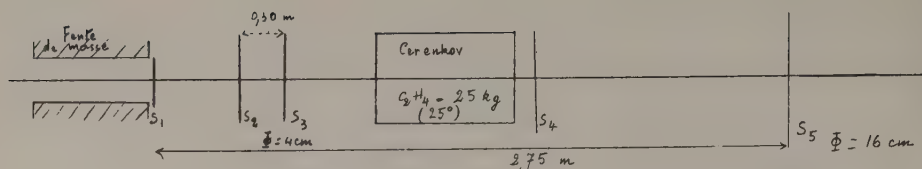
$$\left. \begin{array}{l} (\Delta t)_{pK} = 0,85 \text{ ns} \\ (\Delta t)_{p\pi} = 0,355 \text{ ns} \end{array} \right\} \begin{array}{l} (1 \text{ nanoseconde} = 1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ seconde}) \\ \text{par mètre.} \end{array}$$

La base de temps de vol doit être aussi courte que possible pour limiter les pertes de mésons K⁺ par désintégration.

L'encombrement des différents compteurs nous oblige à fixer la longueur de la base à 2,75 m, ce qui représente un temps de vol de 2,34 ns entre protons et K et de 0,98 ns entre π et K. Nous voyons donc que même avec un circuit de très bonne résolution, nous pourrions séparer les mésons K des protons, mais non pas des mésons légers. Nous éliminerons alors les mésons π et leurs produits de désintégration par un compteur Cerenkov à seuil, sensible seulement aux particules de $\beta > 0,990$. L'impulsion donnée par ce compteur sera mise en anticoincidence avec l'impulsion donnée par le temps de vol.

2/ Dispositifs de détection

Derrière la fente de masse où se forme l'image de la cible se trouvent placés six compteurs combinés entre eux.



a) Le moniteur de faisceau ($S_2 S_3$)

Deux compteurs à scintillation S_2 et S_3 distants de 30 cm définissent une particule dans le faisceau. Ces scintillateurs sont en polystyrène, ont 4 cm de diamètre pour intercepter toutes les particules du faisceau, et 1 cm d'épaisseur. Ils sont couplés optiquement par des conduits de lumière en plexiglass et de la graisse silicone, à des photomultiplicateurs Radiotechnique 56 A V P. (Le temps de montée de l'impulsion anodique de ces P.M. est 2.10^{-9} S). Les conduits de lumière sont croisés pour éviter les coïncidences parasites par effet Cerenkov dans le plexiglass.

Les impulsions S_2 et S_3 sont envoyées dans un circuit de coïncidence du type Wenzel [4].

Le circuit de coïncidence

C'est un circuit classique "et" à diodes. Pour améliorer le rapport de coïncidence : $r = \frac{(E_s) n}{(E_s) n - 1}$, on transmet le signal de sortie à travers une diode discriminatrice D_0 polarisée de façon telle qu'elle ne conduise que pour n coïncidence.

Pour uniformiser en amplitude les signaux d'attaque, chaque voie est précédée d'une pentode limitatrice opérant par "cut off". Une mise en forme constituée par un cable 100Ω court-circuité est placée dans l'anode de cette pentode et uniformise les signaux en durée.

Notre circuit comprend trois voies de coïncidence et une voie d'anti-coïncidence. Son meilleur temps de résolution est d'environ 2 ns pour des impulsions d'entrée de -2V. On règle le circuit loin de ses performances optima, de façon à avoir une courbe de résolution assez large, on a ainsi une bonne stabilité et une efficacité de 100 %.

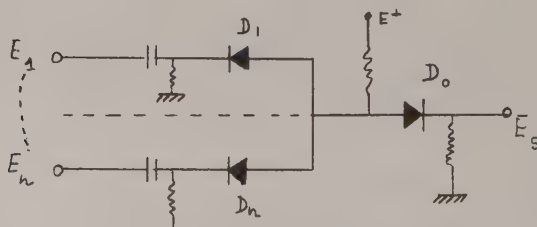
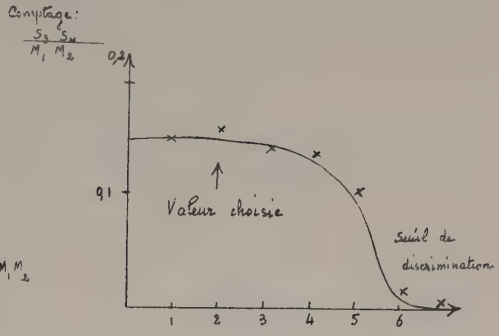
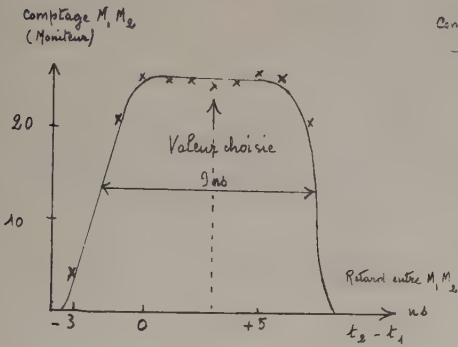


Schéma de principe.

Exemples de courbes caractéristiques =



b) Le temps de vol ($S_1 S_2$)

Le premier compteur du temps de vol S_1 est placé le plus près possible de la fente. Son scintillateur est un parallélépipède de 2 cm de hauteur, 5 cm de largeur et 1 cm d'épaisseur qui couvre donc toute la fente.

Le deuxième compteur S_2 est à 2,75 m du premier, a un diamètre de 16 cm pour tenir compte de l'ouverture du faisceau et une épaisseur de 2 cm. Le dernier scintillateur étant d'assez grandes dimensions les fluctuations des temps de parcours des photons sont importantes et "abiment" le temps de montée de l'impulsion, ce qui diminuerait la résolution du temps de vol. Pour réduire le plus possible cet effet, le guide de lumière est constitué par un entonnoir en papier d'aluminium qui sert de réflecteur symétrique : La lumière est transmise directement à la photo-cathode du P.M. qui se trouve ainsi dans l'axe du faisceau. Ceci importe peu puisque S_6 est le dernier compteur du système pourvu que l'on ait vérifié que l'effet Cerenkov des particules dans le verre supportant la photocathode ne fournit pas d'impulsions parasites gênantes.

Le circuit de coïncidence rapide (note 1) est essentiellement formé par une Bigrille 6 BN 6, les deux voies attaquant les deux grilles de commande. L'amplitude de l'impulsion de sortie de ce circuit est proportionnelle à la différence de temps de vol entre les particules car il procède par conversion temps amplitude selon une loi linéaire. Cette impulsion est ensuite analysée dans un sélecteur d'amplitude à 100 canaux. A chaque bande d'amplitude correspond un numéro de canal.

Un étalonnage préliminaire sur des particules de quantité de mouvement et de masse bien déterminées permet d'attribuer un temps de vol à chaque canal. On peut ainsi obtenir pour chaque cycle de machine l'histogramme représentant le nombre d'impulsions en fonction du temps.

Le sélecteur est lui-même déclenché par une porte qui ne s'ouvre que pendant la durée du faisceau. On prend la précaution de ne laisser passer que les impulsions utiles ayant une amplitude compatible avec les temps de vol contenus dans le faisceau. Sinon, les coïncidences fortuites provenant des impulsions de bruit de fond des photomultiplicateurs ou du sélecteur lui-même

Note 1 - Le circuit de très bonne résolution, de l'ordre de la nanoseconde, nous a été prêté par Mr Banner du LPCHE. Monsieur J. Oostens s'est chargé de le mettre au point pour notre expérience et de le faire fonctionner avec le sélecteur d'amplitude à 100 canaux.

bloquent en quasi-permanence le sélecteur. Ce dernier présente en effet après chaque impulsion enregistrée un temps mort d'environ 100μ s.

Nous avons choisi pour sensibilité du sélecteur, la valeur de 3,6 canaux par ns. Nous avons donc à 1 Bev/c :

$$(\Delta t)_{pK} = 8,3 \text{ canaux.}$$

$$(\Delta t)_{K\pi} = 3,6 \text{ canaux.}$$

On peut calculer l'étalement en β dû au $\frac{\Delta p}{p}$ du faisceau. En effet :

$$\frac{\Delta \beta}{\beta} = \frac{m^2}{m^2 + p^2} \frac{\Delta p}{p} \quad \text{avec} \quad \frac{\Delta p}{p} = 2,5 \%$$

	$\frac{\Delta \beta}{\beta}$ en %
π	0,048
K	0,024
p	0,58

Or :

$$\Delta t = \frac{L}{c} \Delta \left(\frac{1}{\beta} \right) = - \frac{1}{\beta} \cdot \frac{L}{c} \left(\frac{\Delta \beta}{\beta} \right)$$

Pour des protons d'impulsion 1 Bev/c, le Δt dû au $\frac{\Delta p}{p}$ du faisceau est de 0,7 ns ce qui est négligeable devant la résolution du circuit. On peut donc supposer que la courbe de temps de vol des K, a le même étalement que celle des protons.

Nous pouvons aussi calculer la perte d'énergie de chaque type de particule, due à la traversée de la matière entre les compteurs 1 et 5, entraînant une variation du temps de vol.

Nous avons entre 1 et 5 :

- 3 scintillateurs de 1 cm d'épaisseur,
- 25 kg d'éthylène dans le Cerenkov, soit 4,03 g/cm²,
- 2 fenêtres minces en acier de 2 mm d'épaisseur.

En tenant compte de la perte d'énergie $\frac{dE}{dx}$, pour les différentes particules, nous avons :

	ΔE_{total} mev
p	20
K	14
π	14

$$\text{or :} \quad \frac{\Delta \beta}{\beta^2} = \frac{1}{m_0 c^2 \beta^3 \gamma^3} \Delta E = \frac{m_0^2 c^4}{p^3 c^3} \Delta E$$

d'où la variation du temps de vol :

$$\Delta t = - \frac{L}{c} \frac{m_0^2 c^4}{p^3 c^3} \Delta E$$

soit : $\Delta(t_p - t_K) = 0,1 \text{ ns}$ ou $0,36 \text{ canal}$

Nous ne tiendrons pas compte de cet effet car la précision à l'enregistrement sur le sélecteur est de $\pm 0,5 \text{ canal}$, donc largement supérieure.

c) L'ensemble Cerenkov ($S_2 \tilde{C} S_4$)

Le compteur $\tilde{C}$ doit détecter les mésons légers π , μ et les électrons sans être sensible aux mésons K.

Il faut donc choisir une substance d'indice de réfraction n tel que :

$$\beta_K < \frac{1}{n} < \beta_\pi.$$

A $1 \text{ BeV}/c$: $\beta_\pi = 0,990$ d'où $n < 1,13$

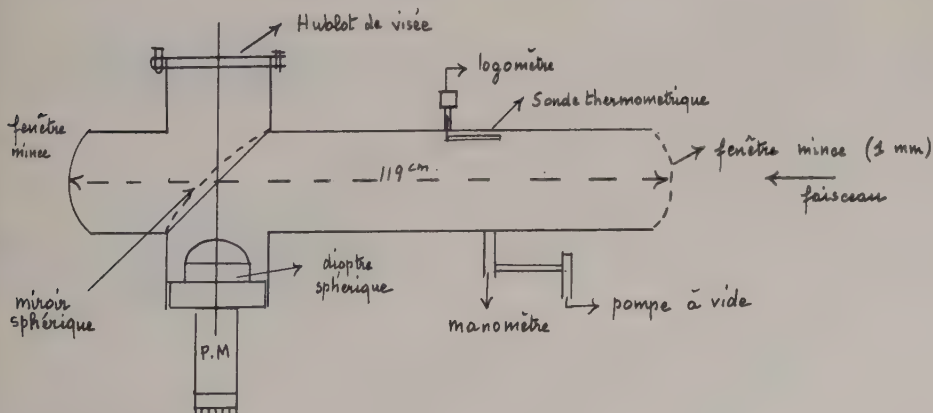
Nous ne pouvons obtenir cet indice assez faible qu'en prenant un gaz sous pression.

Description du compteur

Ce compteur a été construit pour identifier dans un faisceau les particules rapides dont la vitesse β est comprise entre $0,8$ et 1 . [5].

La lumière Cerenkov est réfléchiée et focalisée par un miroir sphérique de contour elliptique de manière que les rayons lumineux convergent au deuxième point de Weierstrass d'un dioptré sphérique en silice fondue. Ce dioptré fait fenêtre de sortie et il est sectionné au niveau du premier point de Weierstrass, et la photocathode du photomultiplicateur est appliquée en ce point.

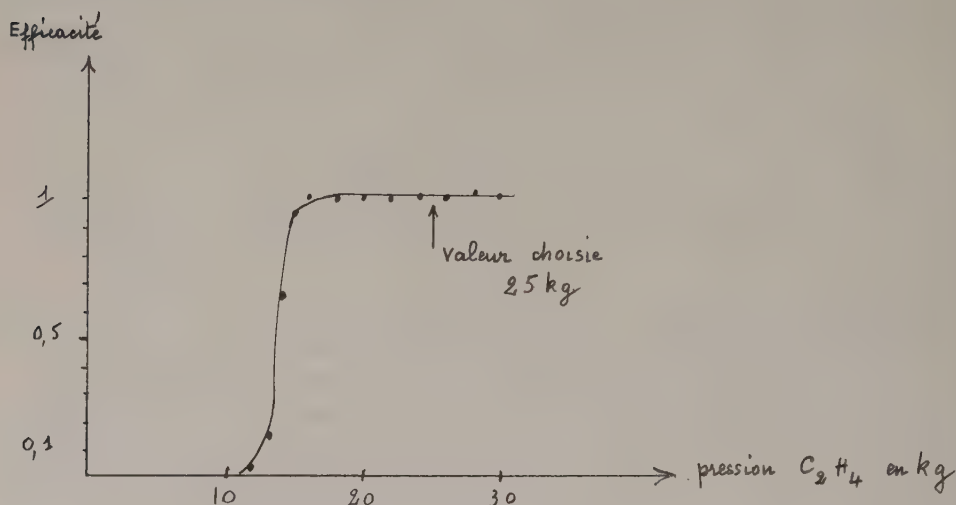
Le seuil du Cerenkov varie avec la pression du gaz. Les essais ont été faits avec du CO_2 , l'indice étant connu avec une incertitude absolue de $2 \cdot 10^{-4}$.



Pour diminuer le plus possible l'effet d'absorption des particules dans le gaz, nous avons employé de l'éthylène dont la densité est plus faible que celle du CO_2 . Il faut prendre alors des précautions lors du remplissage de l'appareil pour éviter un refroidissement entraînant une opalescence ou la liquéfaction partielle du gaz. La relation indice-pression à 25°C est donnée par la courbe de Michels-Botzen [6].

A 25 kg et 25°C , $n = 1,02$, l'angle limite ($\cos \vartheta = \frac{1}{\beta_n}$) pour des π de 1 Bev/c est $\vartheta = 14^\circ$.

Courbe d'étalonnage du Cerenkov



d) Moniteur de cible ($M_1 M_2$)

Nous normaliserons toutes nos mesures au taux de comptage $M_1 M_2$ d'un télescope de scintillateurs regardant directement la cible sous un angle de 35° .

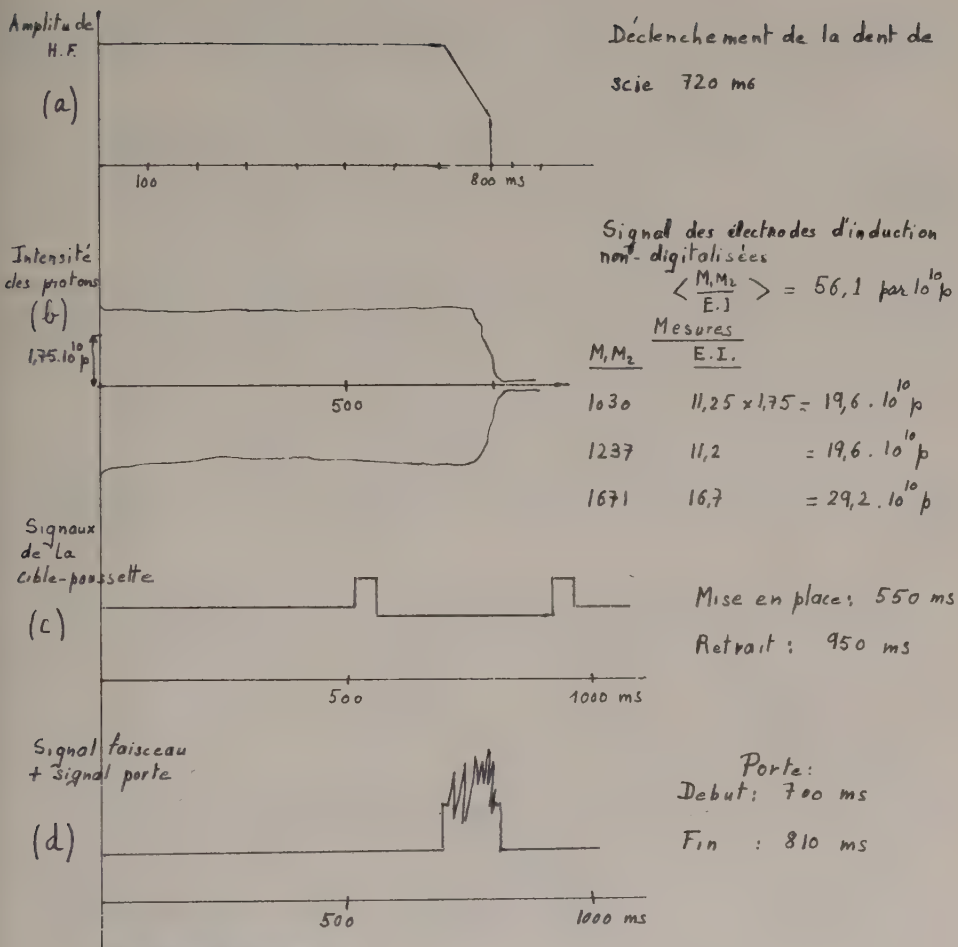
Il est important d'avoir une grande stabilité et une bonne fidélité. Pour cette raison, le taux de comptage a été réduit à une centaine de coups par cycle en introduisant des bouchons de plomb dans le canal pour éviter la saturation des photomultiplicateurs.

De plus, deux circuits de coïncidence Wenzel en parallèle, réglés avec un large plateau, associés chacun à une échelle de comptage permettaient de contrôler la bonne marche des circuits.

Pour une énergie donnée des protons de la machine et pour une cible donnée, le taux de comptage du moniteur est proportionnel au nombre de protons frappant la cible.

Données concernant le fonctionnement et l'utilisation de la machine.

Le cycle complet d'accélération se reproduit toutes les trois secondes. Le champ magnétique décrit un cycle triangulaire de 1,6 s. Pendant la pre-



(a) 100 ms par carreau



(c) signaux-cible

Figure 1

mière partie de ce cycle il croît progressivement pendant 800 ms, temps au bout duquel l'énergie des protons atteint sa valeur maxima de 2,9 Bev. Les protons circulent alors sur leur orbite d'équilibre de rayon R_0 .

A un instant donné du cycle, on superpose à la haute fréquence accélératrice une modulation d'amplitude en forme de dent de scie (figure 1 a). Le rayon de l'orbite décrite par les particules se met à diminuer, et les protons viennent frapper la cible qui se trouve à $R_0 - \Delta R$.

Cette cible-poussette est enclenchée par un premier signal de mise en place 150 ms environ avant le début de la dent de scie et est retirée par deuxième signal de retrait (figure 1 c). L'énergie moyenne des protons est donnée par la valeur du champ magnétique mesuré au milieu de la dent de scie.

Une autre donnée intéressante est le nombre absolu de protons circulant dans la machine. Pour cela on utilise le champ électrique créé par les protons en mouvement en mesurant la force électromotrice induite dans une électrode suspendue au couvercle supérieur de la première section droite. Sa capacité est de 120 pf et pour 10^{10} protons on mesure une tension de crête de 0,5 volt. Cette tension apparaît sous deux formes :

- une lecture digitalisée transmise à des échelles de comptage.

- un signal observable sur oscilloscope qui donne la variation du nombre de protons tout le long du cycle (figure 1 b). C'est cette deuxième forme qui va servir pour étalonner le moniteur en fonction de l'intensité de protons.

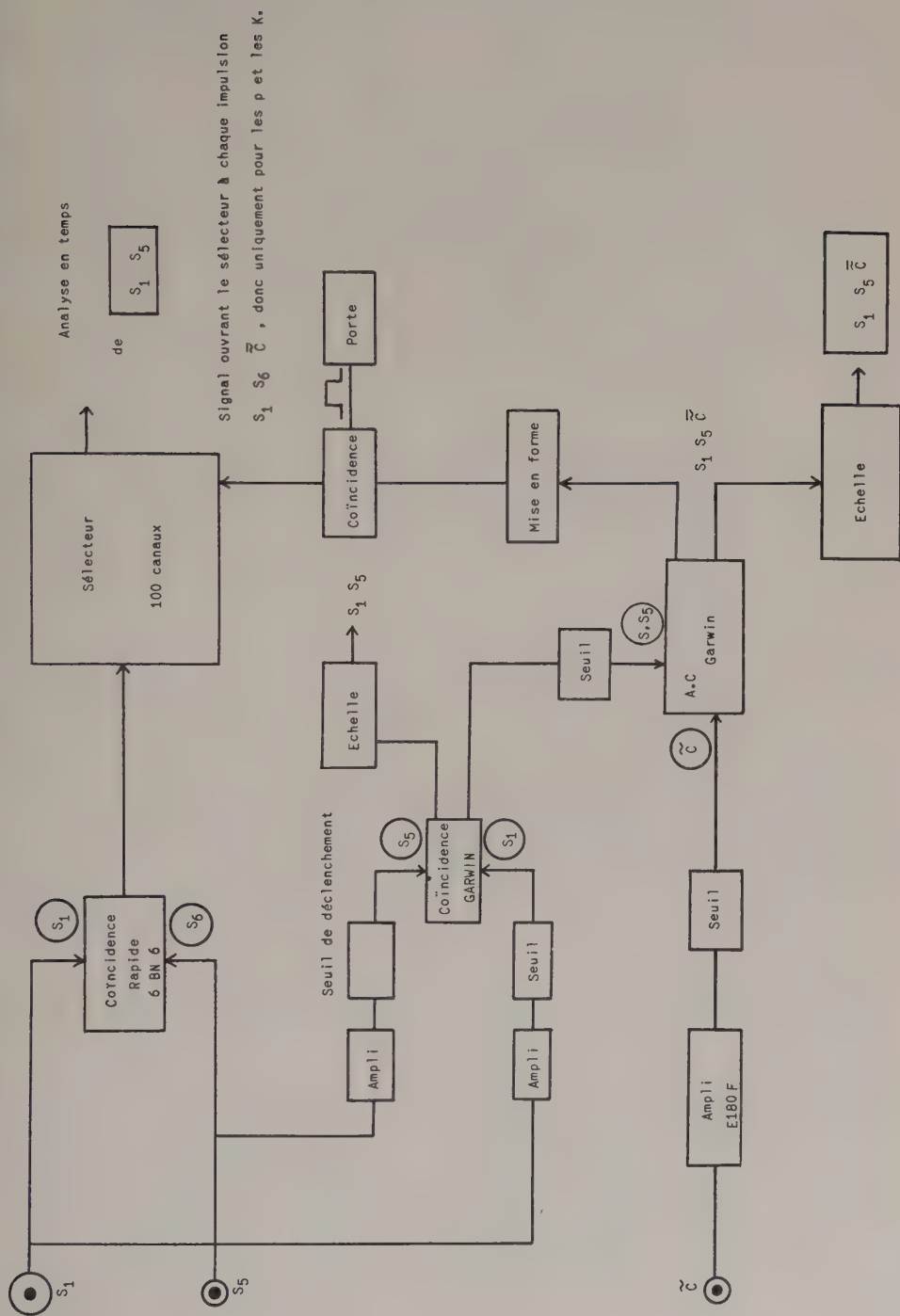
La figure c représente le signal-porte qui ouvre toutes les échelles de comptage uniquement pendant le bombardement de la cible auquel on superpose le signal "intégré" anodique d'un des photomultiplicateurs du moniteur de cible.

Les réglages pour obtenir des protons d'énergie moyenne de 2,7 Bev, sont notés à côté des figures.

Pour étalonner le moniteur de cible, on mesure sur environ dix cycles d'une part le nombre de coups comptés par l'échelle $M_1 M_2$, d'autre part, le nombre de carreaux balayés sur l'oscilloscope lors du passage du faisceau.

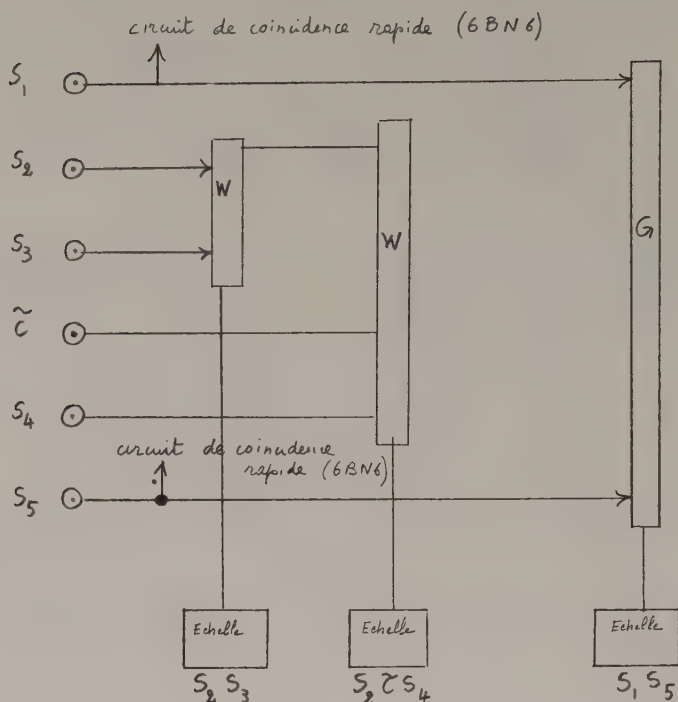
Connaissant la sensibilité de celui-ci, ($1,75 \times 10^{10}$ protons par carreau) on en déduit la valeur moyenne de $\langle \frac{M_1 M_2}{E.I} \rangle$ soit 56,1 pour 10^{10} p et pour $T_p = 2,7$ Gev, dans le cas de la figure.

Schéma du temps de vol.



a) Schéma de l'électronique associée aux détecteurs.

Schéma d'ensemble.



W = Wenzel, circuit de coïncidence à deux voies ou trois voies.

G = Garwin, circuit de coïncidence à deux voies.

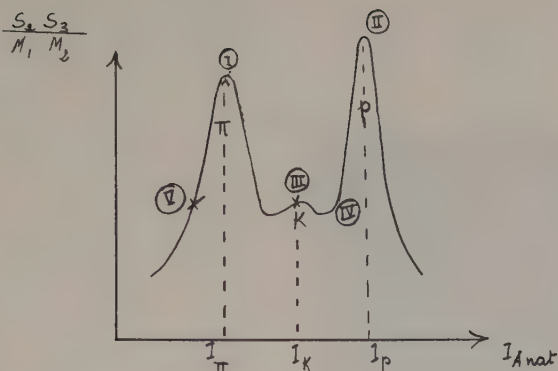
Toutes les échelles sont doublées (deux en parallèles) par mesure de sécurité.

3/ Méthode de mesure

Pour une tension donnée sur le séparateur, que nous choisissons la plus haute possible (soit ~ 410 Kv entre les deux plaques), et une impulsion donnée, nous traçons un profil $\frac{S_2 S_3}{M_1 M_2}$ en fonction de I_{Nat} . Pour déterminer le nombre de K^+ , nous opérons comme suit :

- Point (I) : détermination rapide du "pic" des π par quelques points autour du maximum par comptage de $\frac{S_2 S_3}{M_1 M_2}$ ce qui donne le nombre de π à l'image des π et détermine I_π .

- Point (II) : détermination du nombre de protons et de I_p . De I_π et I_p on déduit I_K par interpolation sur les courbes : $I_{\text{Nat}} = f\left(\frac{1}{\beta_K}\right)$. (Figure 6, Chapitre IV).



- Point (III) : Sur l'image des K nous relevons les comptages :

$M_1 M_2$ = moniteur (proportionnel au nombre de protons incidents)

$S_2 S_3$ = K + particules parasites (p, π , μ , e)

$S_1 S_5 \tilde{C} = K + p + \eta_{anti} \pi$.

avec : efficacité de l'anticoïncidence $\eta_{anti} = \left(\frac{S_1 S_5 \tilde{C}}{S_1 S_5} \right)$ à l'image des π (de l'ordre du %).

Si l'anticoïncidence était parfaite : $\eta_{anti} = 0$.

$S_1 S_5$: doit compter le même nombre de particules que $S_2 S_3$ à l'efficacité géométrique du compteur S_5 près (diffusion dans le Cerenkov par exemple).

On envoie dans le sélecteur d'amplitude l'impulsion $S_1 S_5 \tilde{C}$, celui-ci classe selon leur temps de vol, les protons et les mésons K à l'image des K. Le nombre de particules enregistré dans chaque canal est, à la fin d'une mesure, imprimé sur une bande. L'ensemble du spectre de temps de vol est photographié sur l'oscilloscope de lecture du sélecteur.

Sur cette photo, les K apparaissent comme une bosse sur le flanc de la courbe des protons. Cette bosse disparaît lorsqu'on s'éloigne de l'image des K, c'est-à-dire lorsque l'on fait varier le courant d'Anatole, hors de I_K . (Voir figure 2).

- Point (IV) : Pour $I = I_K + 20$ A, nous faisons une analyse en temps de vol. Celle-ci correspond à des protons purs, nous l'appellerons : "calibration proton".

- Point (V) : On débranche l'anticoïncidence, et on se place à $I = I_\pi - 5$ A. Dans ces conditions, nous relevons au sélecteur la courbe relative à un mélange π et p afin d'étalonner en temps les numéros des canaux. Ceci permet ainsi de vérifier, pour chaque point de mesure, s'il y a eu dérive des canaux et d'en tenir compte éventuellement pour la position des différentes particules.

On définit aussi les efficacités :

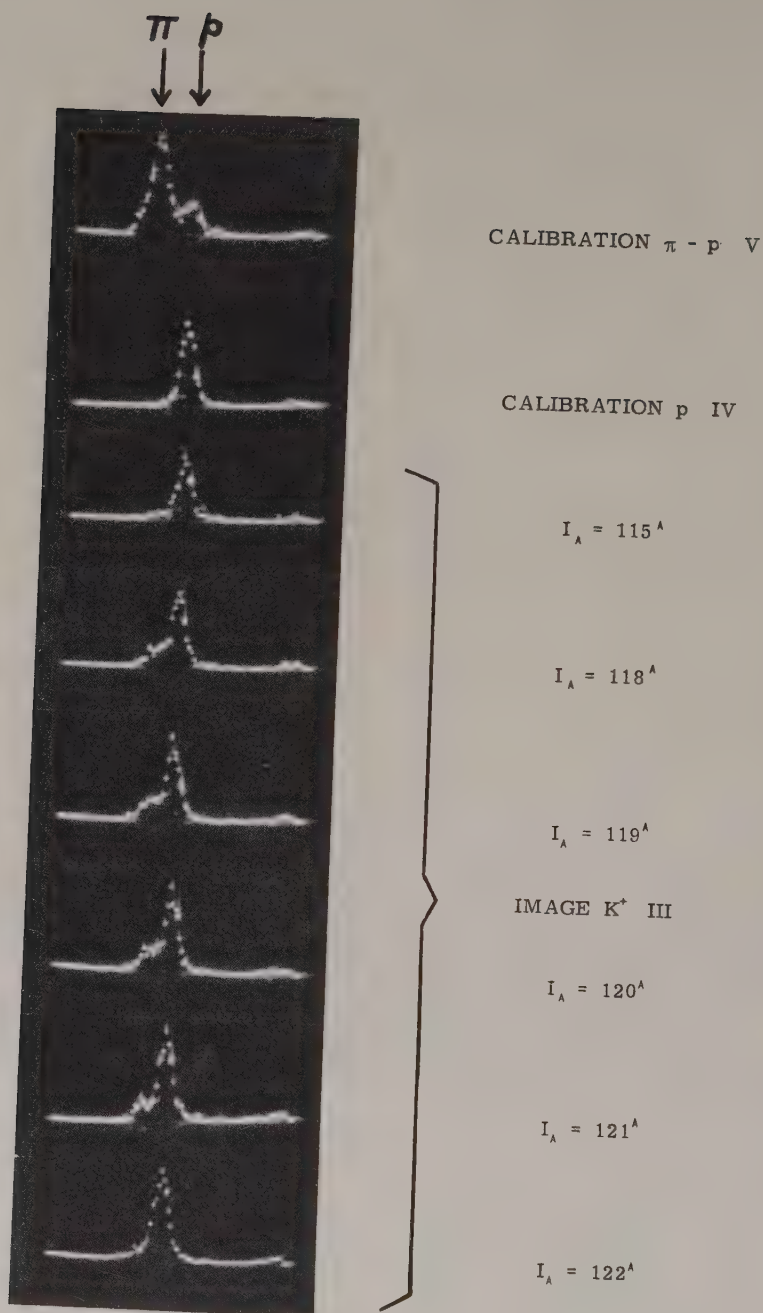


Figure 2

- efficacité du sélecteur :

$$\eta_{\text{sel}} = \frac{\text{Total sélecteur}}{S_1 S_5 \bar{C}} \text{ de l'ordre de } 85 \%$$

- efficacité de la coïncidence $S_1 S_5$:

- pour les protons :

$$\eta_{1,5p} = \left(\frac{S_1 S_5}{S_2 S_3} \right) \text{ à l'image des } p$$

- pour les π :

$$\eta_{1,5\pi} = \left(\frac{S_1 S_5}{S_2 S_3} \right) \text{ à l'image des } \pi$$

- pour les K :

$$\eta_{1,5K} \neq \eta_{1,5\pi} \text{ de l'ordre de } 90 \%$$

Exemple :

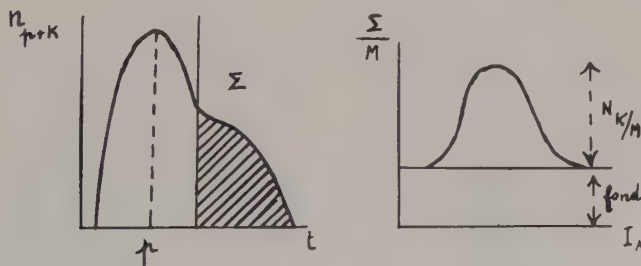
$$\text{Pour } T_p = 2,3 \text{ Bev} : \eta_{\text{anti}} = \frac{62}{5502} = 1,1 \% \quad (\eta_{16})_{\pi} = \frac{5502}{6132} = 90 \%$$

$$p = 1 \text{ Bev/c} \quad \eta_{\text{sel}} = \frac{1060}{1225} = 87 \% \quad (\eta_{16})_p = \frac{32.039}{35.054} = 91 \%$$

ANALYSE DE L'HISTOGRAMME FOURNI PAR LE SELECTEUR

Pour extraire le nombre de K de la distribution en temps de vol donnée par le sélecteur à l'image des K, nous pouvons utiliser plusieurs méthodes .

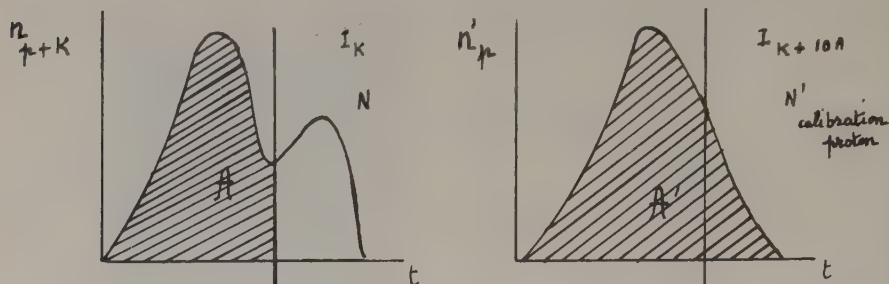
a) La première, assez grossière, utilisée en cours de mesure pour tester la bonne marche de l'électronique, consiste à faire une coupure dans la distribution $p + K$ à une distance constante du maximum des protons, et à sommer toutes les particules à droite de cette coupure.



Cette somme, rapportée au moniteur doit varier sensiblement avec I_A comme le nombre de K. En soustrayant le fond qui contient notamment la queue du spectre des protons on obtient $\frac{N_K}{M}$.

b) Une deuxième méthode, plus élaborée permet d'estimer ce fond par comparaison avec la courbe de calibration des protons.

En effet nous disposons des deux histogrammes :



Soient A et A' les aires à gauche de la coupure, N le nombre total de particules à I_K , N' à $I_K + 10$.

On voit que :

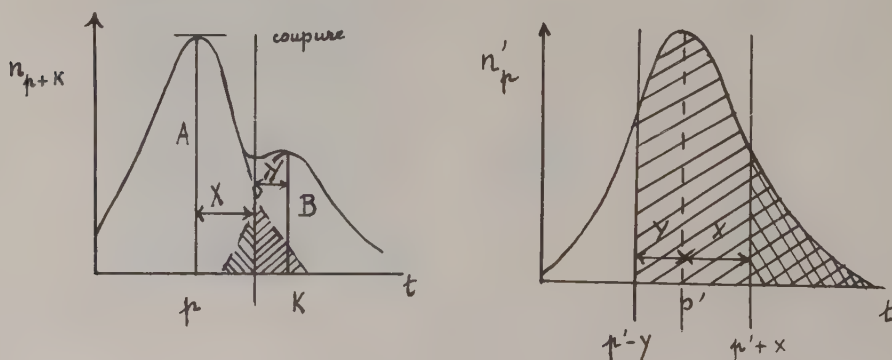
$$N_K = N - N' \times \left(\frac{A}{A'} \right)$$

$\frac{A}{A'}$: facteur de normalisation.

Cette méthode, bien que moins précise que celle que nous allons décrire maintenant, a l'avantage de ne contenir aucune hypothèse sur la forme respective des courbes de protons et de K, aussi l'avons nous employée à titre de vérification.

c) Calcul du nombre exact de protons et du nombre de K.

Faisons l'hypothèse vérifiée a posteriori par la méthode b que la courbe des K et la courbe des protons à l'image des K ont même forme que la courbe de "calibration des protons" (n'_p). Partageons en deux aires A et B l'histogramme n_{p+K} par une coupure distante de X du maximum des protons et de Y du maximum des K.



Par comparaison avec n'_p nous pouvons calculer la contribution des K à l'aire A et la contribution des protons à l'aire B.

$$\text{Si} \quad m = \frac{\int_{p'-y}^{+\infty} n'_p dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} n'_p dt} \quad \text{et} \quad q = \frac{\int_{p'+x}^{+\infty} n'_p dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} n'_p dt}$$

nous avons :

$$A = (1 - m) (K) + (1 - q) (p)$$

$$B = m (K) + q (p)$$

d'où le nombre de K :

$$(K) = \frac{1 - q}{m - q} B - \frac{q}{m - q} A$$

$$(p) = \frac{m - 1}{m - q} B + \frac{m}{m - q} A = T - (K)$$

T = nombre total de particules comptées par le sélecteur pour $I = I_K$.

En fait (K) contient aussi les mésons π non éliminés par l'anticoincidence.

Pour chaque point du profil c'est-à-dire pour :

$$I_K, I_K + 1, I_K + 2, I_K + 3A \quad \text{et} \quad I_K - 1, I_K - 2, I_K - 3A,$$

nous obtenons le nombre de mésons K, de protons et de π :

$$\underline{\text{Nombre de protons}} : N_p = \frac{(p)}{\eta_{se1} \times \eta_{1,5p}}$$

(p) = nombre de protons donné par l'analyse de l'histogramme de sélecteur.

$$\underline{\text{Nombre de } \pi} : N_\pi = \frac{S_1 S_5 - S_1 S_5 \bar{C}}{(1 - \eta_{ant1}) \times \eta_{1,5\pi}}$$

$$\underline{\text{Nombre de K}} : N_K = \frac{(K)}{\eta_{se1} \times \eta_{1,5\pi}}$$

(K) = nombre de K donné par l'analyse de l'histogramme du sélecteur.

Les valeurs obtenues se raccordent parfaitement à celles des profils π et p aux erreurs statistiques près (voir figure 3).

Un bon contrôle de la cohérence de nos mesures est de vérifier pour chaque point que :

$$S_2 S_3 = N_K + N_p + N_\pi$$

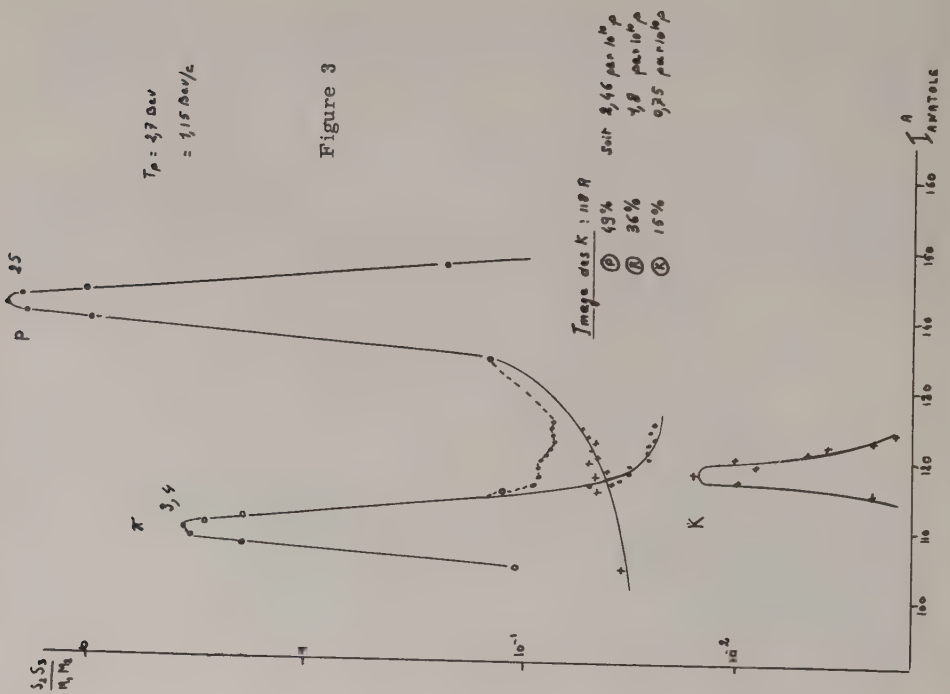


Figure 3

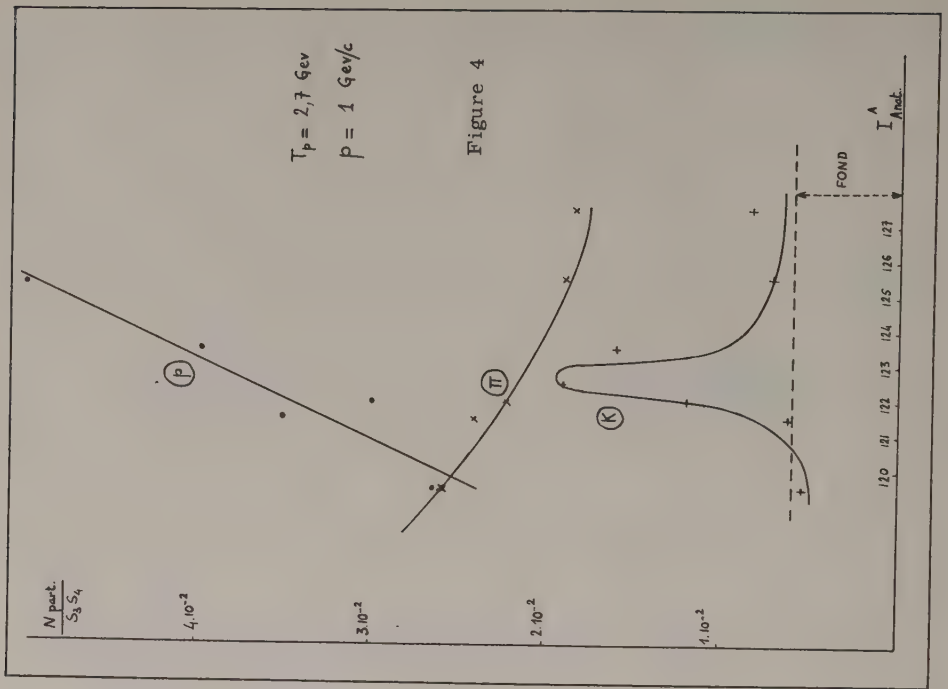


Figure 4

A 1 Bev/c, pour une cible de Cuivre et des protons de 2,8 Gev :

Nombre de particules par 10^{10} p sur la cible

Image des K				Image de π	Image des p
(p)	($\pi + \mu$)	(K)		($\pi + \mu$)	(p)
$1,9 \pm 0,15$	$1,2 \pm 0,11$	$0,65 \pm 0,12$		247 ± 50	1170 ± 108
soit 51 %	32 %	17 %			

Nous constatons que sur le profil des K, il reste un fond continu de l'ordre de 20 % du maximum (voir figure 4). Nous verrons plus loin que les mésons μ provenant de la désintégration de π ne peuvent être seuls responsables de ce fond.

Il est raisonnable de penser qu'il s'agit de coïncidences fortuites dans le temps de vol. En effet le premier scintillateur S_1 est soumis à un important flux de rayons X provenant des claquages électriques du séparateur, et le bruit du fond est pour ce compteur nettement supérieur au bruit de fond normal d'émission froide du photomultiplicateur.

Ce fond reste à un niveau absolu très bas, inférieur au millième du maximum des mésons π .

Dans tous nos résultats numériques, nous avons retranché ce fond du maximum des K.

4/ Contamination du faisceau en mésons μ .

Le libre parcours moyen de désintégration des mésons π d'impulsion 1 Bev/c est de 55 m. Le long des 20 m du faisceau, il s'en désintègre de l'ordre de un tiers.

Les mésons μ étant émis isotropiquement dans le système du π (noté par une astérisque), nous pouvons calculer l'impulsion maximum et minimum des μ dans le laboratoire ainsi que l'angle maximum d'émission des μ avec l'axe du faisceau, en fonction de p_μ^* et ϑ_μ^* qui caractérisent la désintégration :

$$(p_\mu)_{\max} = 1\,000 \text{ mev/c}$$

$$(p_\mu)_{\min} = 570 \text{ mev/c}$$

$$\vartheta_{\max} = 40 \text{ mr}$$

Nous avons en effet la relation :

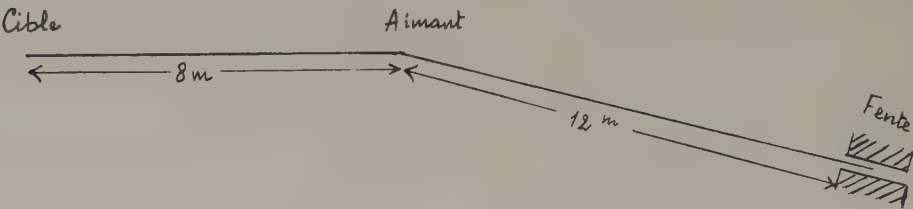
$$p_\mu \cos \vartheta_\mu = \left(\frac{U}{m}\right)_\pi p_\mu^* \cos \vartheta_\mu^* + \left(\frac{p}{m}\right)_\pi U_\mu^*$$

En posant $p_L = p \cos \vartheta$, moment longitudinal :

$$p_{L\mu} = \left(\frac{U}{m}\right)_\pi p_L^* + \left(\frac{p}{m}\right)_\pi U^*$$

$$\frac{dN}{dp_L} = \frac{dN}{d \cos \vartheta^*} \cdot \frac{d \cos \vartheta^*}{dp_L} = \frac{1}{2} \times \frac{d \cos \vartheta^*}{dp_L} = \frac{1}{2} \left(\frac{U}{m}\right)_\pi p^* = \text{conste.}$$

La répartition spatiale est uniforme en fonction de p_L que nous pouvons confondre avec p et nous pouvons calculer la proportion de μ comprise dans chaque bande de moment.



Les mésons μ produits entre la cible et l'aimant se comportent comme des π pourvu que leur impulsion soit comprise dans une bande = $1 \text{ Bev/c} \pm 2,5 \%$; $6,7 \%$ environ sont dans ce cas. Or le long des 8 m il se forme :

$$N_{\mu} = N_{\pi} (1 - e^{-\frac{8}{55}}) = 0,135 N_{\pi}$$

Nous aurons donc dans la fente à l'image des π :

$$N_{\mu} = 0,135 \times 0,067 N_{\pi} \text{ soit } 0,9 \% N_{\pi}$$

Ces μ ont une image de forme semblable et quasi-superposée à celle des π et leur contribution à l'image des K est parfaitement négligeable.

Il n'en est pas de même pour les π produits entre l'aimant et la fente. En effet, ceux-ci ne subissent pas l'analyse de l'aimant et nous devons considérer leur étalement en impulsion puisque le séparateur dévie les particules inversement proportionnellement à leur $p\beta$. Il y a un spectre continu de mésons μ entre l'image des π et l'image des protons.

170 A		μ (0,65 Bev/c)
150 A	<u>p (1 Bev/c)</u>	μ (0,75 Bev/c)
125 A		μ (0,865 Bev/c)
122,5 A	<u>K (1 Bev/c)</u>	
120 A		μ (0,898 Bev/c)
110 A	<u>π (1 Bev/c)</u>	μ (1 Bev/c)

Position verticale des différentes particules à la fente.

Les μ intéressant l'image des K sont ceux d'impulsion comprise entre 865 Mev/c et 898 Mev/c (120 A à 125 A). La bande de β correspondante est : $0,9915 - 0,9925$ ce qui est largement au-dessus du seuil du Cerenkov. Ces μ seront donc pratiquement éliminés avec les π de l'image des K et ne peuvent contribuer au fond. Ils passent toutefois dans la fente et sont des particules parasites du faisceau. Essayons d'évaluer leur nombre.

Le long des derniers 12 m , les mésons μ sont émis dans un angle solide Ω' de 1600 mr (l'angle maximum d'émission est 40 mr).

la mesure de chaque point de très longs comptages et il est très difficile d'évaluer les erreurs systématiques possibles provenant des dérivés des appareils de mesure ou des claquages dans la haute tension du séparateur. Nous avons, dans la mesure du possible, fractionné nos comptages lorsque des disjonctions étaient signalées. Nos mesures d'intensité sont du reste tout à fait compatibles avec les valeurs trouvées indépendamment par le groupe du Collège de France dans leur expérience de Chambre à bulle.

2ème PARTIE

MESURE DU SPECTRE D'ENERGIE DES MESONS K⁺ ENTRE 0,7 et 1,3 Bev/c - FONCTION D'EXCITATION DES MESONS K⁺ PRODUITS A 1 Bev/c PAR DES PROTONS DE 1,5 à 2,7 Bev SUR UNE CIBLE DE CUIVRE

Pour évaluer le nombre absolu de particules, π ou K, produites à la cible dans le faisceau, nous avons un certain nombre de corrections à apporter au nombre de particules mesuré après la fente.

1/ Correction pour la perte par désintégration en vol tout le long du faisceau.

Pour les K nous avons :

$$N_K = N_{o_K} e^{-1,35 \cdot \frac{L^{cm}}{p^{mev/c}}} \qquad L : \begin{matrix} \text{distance} \\ \text{cible-fente} \end{matrix}$$

Pour les π nous avons :

$$N_\pi = N_{o_\pi} e^{-0,182 \cdot \frac{L^{cm}}{p^{mev/c}}} \qquad N_o : \begin{matrix} \text{nombre de} \\ \text{particules produites} \end{matrix}$$

Soit :

p ^{Bev/c}	(N/N _o) _K %	(N/N _o) _π %
0,7	1,9	55
0,85	2,6	61
1	4,8	66
1,15	6,7	69,5
1,3	9,2	72,5

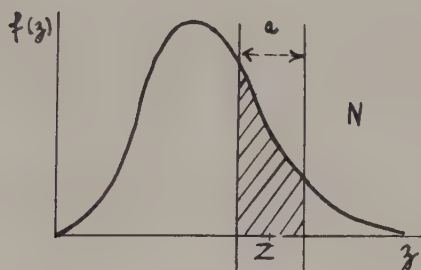
2/ Correction pour la perte de faisceau sur les bords de la fente.

Un certain nombre de particules situées sur les bords de l'image vont rencontrer l'armature de la fente et seront perdues pour les mesures effectuées derrière la fente.

Connaissant le profil du faisceau derrière la fente et les dimensions de cette fente, nous pouvons reconstituer le profil réel du faisceau et en déduire le nombre réel de particules.

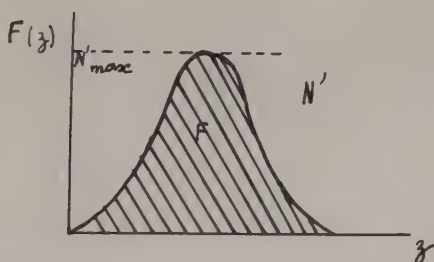
Soit $f(z)$ le profil réel du faisceau correspondant à un nombre total de particules N :

$$N = \int_{-\infty}^{+\infty} f(z) dz$$



Déplacer le faisceau est équivalent à déplacer la fente. Donc pour une position donnée on découpe dans le profil une petite bande d'abscisse Z et dans laquelle on compte un nombre de particules :

$$F(Z) = \int_{Z - \frac{a}{2}}^{Z + \frac{a}{2}} f(z) dz$$



Le nombre total de particules mesuré est :

$$N' = \int_{-\infty}^{+\infty} F(Z) dZ$$

N' est homogène à une longueur.

$$N' = \int_{-\infty}^{+\infty} F(Z) dZ = \int_{-\infty}^{+\infty} dZ \int_{Z - \frac{a}{2}}^{Z + \frac{a}{2}} f(z) dz = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \cdot f(z) \int_{Z - \frac{a}{2}}^{Z + \frac{a}{2}} dZ = aN$$

$$N = \frac{N'}{a} \quad a : \text{épaisseur de la fente.}$$

$$N \text{ réel} = \frac{N' \text{ correspond à } \Delta I \times \left(\frac{dz}{dI} \right)}{a^{mm}}$$

En intégrant sur la surface F d'un profil de π on obtient pour $\frac{N \text{ réel}}{\text{Mon}}$ une valeur de 5,65, correspondant à un N'_{max} de 4,5. Les armatures de la fente font donc perdre environ 20 % du faisceau de K. Pour nos mesures nous aurons donc :

$$N_{K \text{ réel}} = N'_{\text{max}} \times 1,25$$

3/ Si nous voulons ramener le nombre de particules produites au nombre de protons ayant interagi dans la cible, nous devons tenir compte de l'efficacité de la cible.

En effet, si nous admettons une probabilité d'interaction égale à celle qui correspond à la section efficace géométrique, dans une cible de Cuivre de 8 cm de long, seulement 49 % des protons incidents vont interagir.

Les deux dernières corrections sont indépendantes de l'impulsion et de la nature de la particule considérée.

I - SPECTRE D'ENERGIE

Pour des impulsions de 0,7 à 1,3 Bev/c, nous avons mesuré le nombre de K et le nombre de π produits par des protons de 2,8 Bev.

Les résultats, toutes corrections faites, sont réunis dans le tableau I et la figure 5.

Tableau I

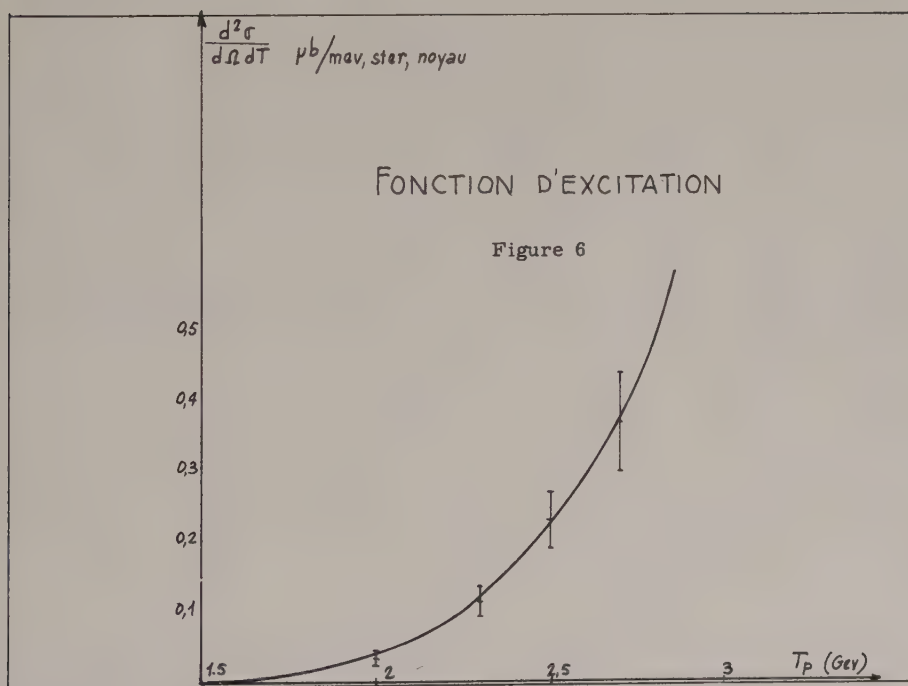
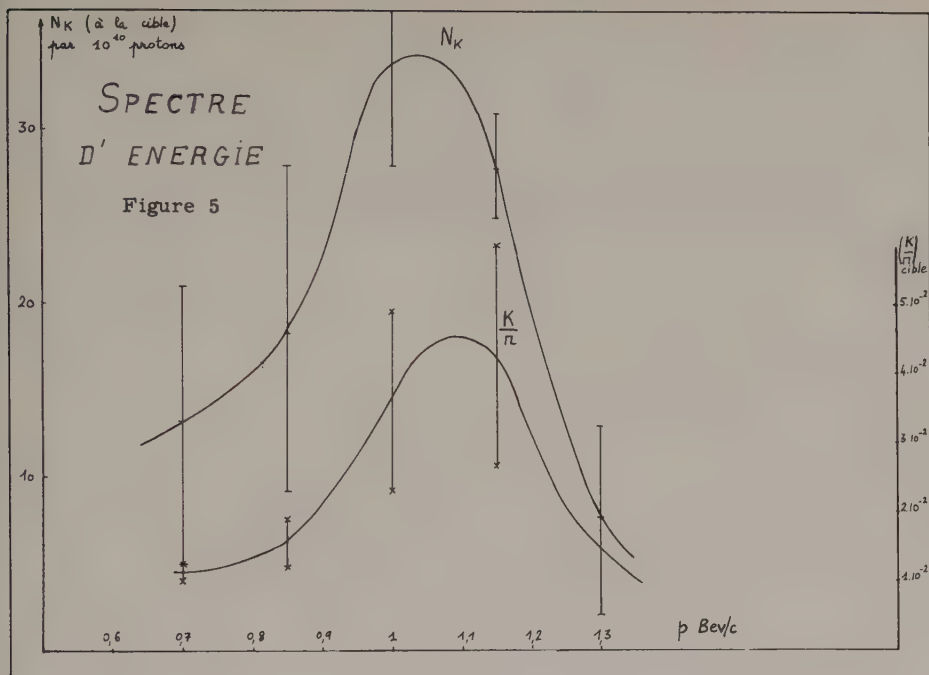
$p^{\text{Bev/c}}$	N_K à la cible par $10^{10} p$ ayant interagi	N_{π} à la cible par $10^{10} p$ ayant interagi	$\left(\frac{\pi}{K} \right)_{\text{cible}}$
0,7	$13,2 \pm 8$	1095 ± 105	83 ± 10
0,85	$18,3 \pm 9$	1168 ± 108	64 ± 11
1	$33,8 \pm 6,2$	943 ± 97	28 ± 10
1,15	$27,8 \pm 3$	680 ± 82	24 ± 9
1,3	$7,6 \pm 5$	543 ± 74	72 ± 9

On voit que le spectre présente un maximum aux environs de 1 Bev/c.

II - FONCTION D'EXCITATION

Nous avons mesuré la loi de variation de la production sur le cuivre de mésons K^+ de 1 Bev/c en fonction de l'énergie des protons incidents pour des valeurs de T_p allant de 1,5 gev à 2,7 gev.

Pour éviter la saturation de nos circuits par une trop grande intensité instantanée on étale le bombardement de la cible sur 100 milli-secondes. Ceci entraîne une variation continue sur T_p de 0,3 Bev environ.



Les sections efficaces différentielles par noyau-cible sont données par l'expression :

$$\frac{d^2 \sigma}{d\Omega \cdot dT} = \frac{N_K}{n_t \times \Delta\Omega \times \Delta T}$$

N_K = nombre de mésons K^+ produits à la cible par 10^{10} p incidents.

n_t = nombre de noyaux-cible par cm^2 de la cible.

$$n_t = \frac{\mathcal{N}}{A} \times \rho \times l$$

$\mathcal{N}$: nombre d'Avogadro.

l : longueur de la cible ; 8 cm.

A : nombre de masse du Cu.

ρ : densité du Cu.

$\Delta\Omega$ = angle solide vu par le faisceau, soit 0,265 millisteradian.

ΔT = résolution en énergie du faisceau, soit 25 Mev.

Les résultats sont réunis dans le tableau II et la figure 6.

Tableau II

T_p^{Bev}	$\frac{d^2 \sigma}{d\Omega \cdot dT}$ $\mu\text{b par Mev,}$ par steradian par noyau	$\left(\frac{\pi}{K} \right)_{\text{cible}}$
1,5	0	
2,0	$0,033 \pm 0,004$	120 ± 12
2,3	$0,11 \pm 0,012$	48 ± 16
2,5	$0,23 \pm 0,04$	37 ± 18
2,7	$0,37 \pm 0,07$	28 ± 19

CONCLUSION

Les mesures du rapport $\frac{K}{\pi}$ aux environs de 1 Bev/c sont compatibles avec celles de J. Teiger ⁽¹⁾ faites également auprès de l'accélérateur Saturne à 0,6, 0,7 et 0,8 Bev/c dans un faisceau non séparé, émis à 35°.

Nous avons donc déterminé les conditions optima d'utilisation de ce faisceau séparé. L'intensité absolue de mésons K^+ , disponible après la fente de masse est maximum, avec des protons incidents de 2,7 Bev frappant une cible de cuivre (4 mm $\times$ 15 mm $\times$ 80 mm) aux environs de 1,15 Bev/c. On obtient alors 0,75 K par 10^{10} protons incidents avec une contamination de 36 % de mésons π et de 49 % de p. Il serait très intéressant de pouvoir augmenter l'intensité de Saturne. Des études sont en cours pour améliorer l'efficacité des enroulements correcteurs de l'aimant et gagner ainsi un facteur 5 environ.

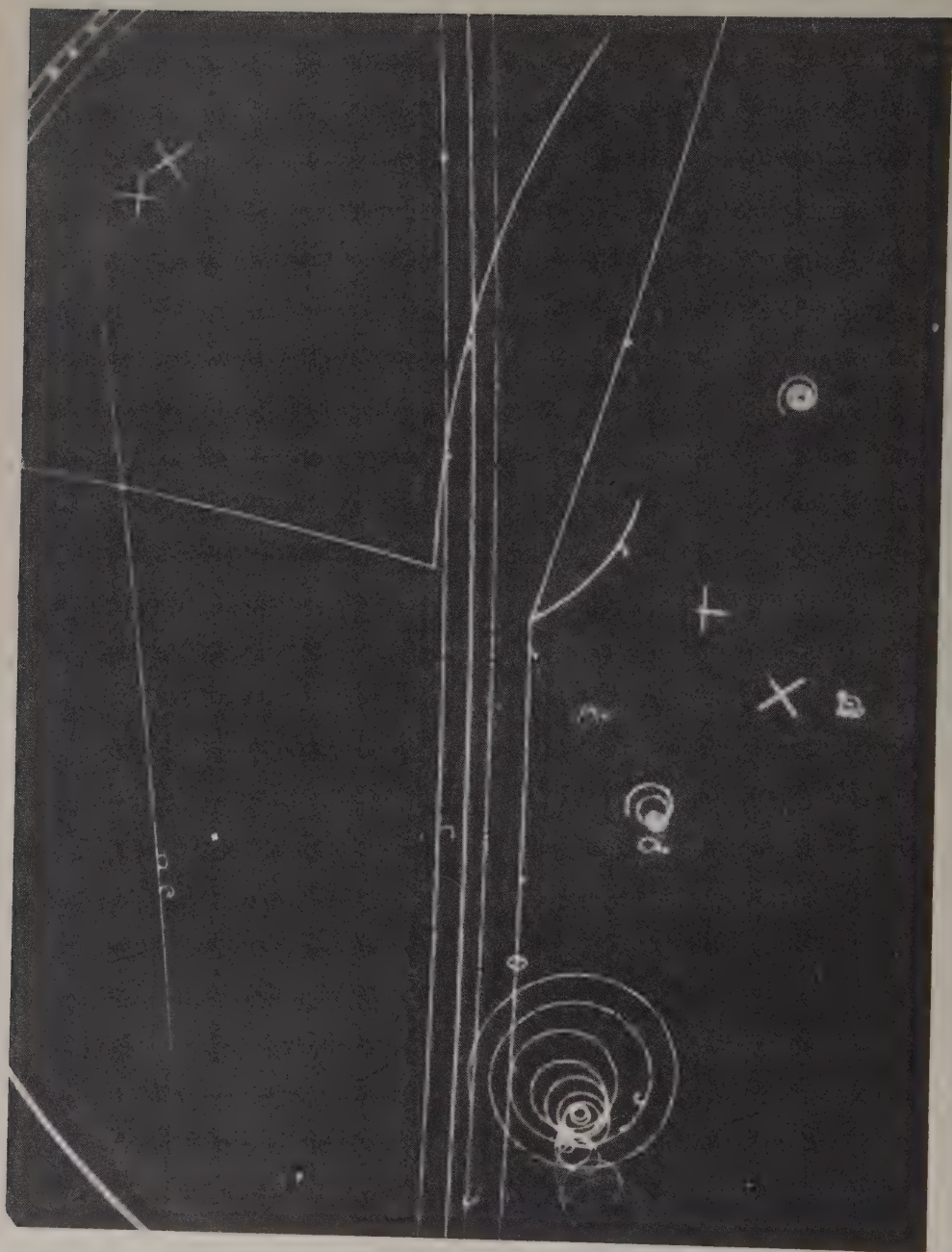
Le faisceau a déjà été utilisé cette année pour plusieurs expériences de physique :

Le groupe de Ph. Eberhard du laboratoire de Physique Atomique du Collège de France a observé les interactions K^+p , à 1,1 Bev/c, dans une chambre à bulle à hydrogène (250 000 photographies). Le principal but de cette expérience était d'étudier la résonance $K\pi$.

Le faisceau peut également être très facilement réglé de manière à obtenir soit des π , soit des protons derrière la fente de masse. Le faisceau de π^+ ainsi obtenu est d'une très grande pureté. Il a été utilisé par le groupe de J. Meyer du L.P.C.H.E. de Saclay pour compléter une expérience sur les résonances dans l'interaction π^+p .

Enfin, Monsieur J. Oostens, du L.P.C.H.E., a mesuré la production des deutons de 1 Bev/c dans la réaction $p - p$.

(1) J. Teiger, thèse. Université de Caen, 1960.



Exemple d'interaction d'un meson K^+ du faisceau pouvant s'interpréter par la réaction : $K^+ + p \longrightarrow K^0 + p + \pi^+$

ANNEXE I MATRICES DE TRANSFERT DU FAISCEAU

Plan vertical

$$S_1^o = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4,5 & 1 \end{vmatrix} \quad S_2^o = \begin{vmatrix} 3,295 & 0,51 \\ 4,5 & 1 \end{vmatrix} \quad S_3^o = \begin{vmatrix} 3,295 & 0,51 \\ 8,009 & 1,543 \end{vmatrix} \quad S_4^o = \begin{vmatrix} 0,027 & -0,119 \\ 8,009 & 1,543 \end{vmatrix}$$

$$S_5^o = \begin{vmatrix} 0,027 & -0,119 \\ 8,077 & 1,244 \end{vmatrix} \quad S_6^o = \begin{vmatrix} -0,489 & -0,199 \\ 8,077 & 1,244 \end{vmatrix} \quad S_7^o = \begin{vmatrix} -0,489 & -0,199 \\ 3,817 & -0,489 \end{vmatrix} \quad S_8^o = \begin{vmatrix} -1,74 & -0,038 \\ 3,817 & -0,489 \end{vmatrix}$$

$$S_9^o = \begin{vmatrix} -1,74 & -0,038 \\ 1,554 & -0,539 \end{vmatrix} \quad S_{10}^o = \begin{vmatrix} -0,777 & -0,373 \\ 1,554 & -0,539 \end{vmatrix} \quad S_{11}^o = \begin{vmatrix} -0,777 & -0,373 \\ 0 & -1,286 \end{vmatrix}$$

$$G_v = -1,286$$

Plan horizontal

$$T_1^o = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4,5 & 0 \end{vmatrix} \quad T_2^o = \begin{vmatrix} -1,295 & -0,51 \\ 4,5 & 1 \end{vmatrix} \quad T_3^o = \begin{vmatrix} -1,295 & -0,51 \\ 3,120 & 0,456 \end{vmatrix} \quad T_4^o = \begin{vmatrix} -0,021 & -0,323 \\ 3,120 & 0,456 \end{vmatrix}$$

$$T_5^o = \begin{vmatrix} 0,021 & -0,323 \\ 3,066 & -0,352 \end{vmatrix} \quad T_6^o = \begin{vmatrix} -0,217 & -0,301 \\ 3,066 & -0,352 \end{vmatrix} \quad T_7^o = \begin{vmatrix} -0,217 & -0,301 \\ 1,170 & -2,971 \end{vmatrix} \quad T_8^o = \begin{vmatrix} 0,165 & -1,274 \\ 1,17 & -2,971 \end{vmatrix}$$

$$T_9^o = \begin{vmatrix} 0,165 & -1,274 \\ 1,385 & -4,628 \end{vmatrix} \quad T_{10}^o = \begin{vmatrix} -0,692 & 1,592 \\ 1,385 & -4,628 \end{vmatrix} \quad T_{11}^o = \begin{vmatrix} -0,692 & 1,592 \\ 0 & -1,443 \end{vmatrix}$$

$$G_h = -1,443$$

$$Q = 23,3^\circ$$

$$\frac{1}{p} \frac{dp}{dy} = 0,58 \text{ m}^{-1}$$



ANNEXE II

Calcul des aberrations sphériques introduites dans la compensation des aberrations chromatiques.

Rappelons la formule générale :

$$\frac{\Delta Z_f}{Gz'(o)} = (S_4^o)_{21}^2 \Delta\left(\frac{1}{f_4}\right) + (S_6^o)_{21}^2 \Delta\left(\frac{1}{f_6}\right) + (S_8^o)_{21}^2 \Delta\left(\frac{1}{f_8}\right) - Q \frac{\Delta p}{p} + \frac{Y_o}{300} \quad (1)$$

Expression de $\frac{\Delta p}{p}$

$$\begin{vmatrix} Y_4' \\ Y_4 \end{vmatrix} = T_4^o \begin{vmatrix} Y_o' \\ Y_o \end{vmatrix}$$

Pour $\frac{\Delta p}{p} = 0$ on peut écrire :

$$\begin{vmatrix} Y_6' \\ Y_6 \end{vmatrix} = T_6^o \begin{vmatrix} Y_o' \\ Y_o \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} y_k' \\ y_k \end{vmatrix} = T_k^o \begin{vmatrix} y_o' \\ y_o \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} Y_8' \\ Y_8 \end{vmatrix} = T_8^o \begin{vmatrix} Y_o' \\ Y_o \end{vmatrix}$$

avec $k = 4, 6, 8$.

Soit le système d'équations :

$$Y_k = (T_k^o)_{21} Y'(o) + (T_k^o)_{22} Y(o) \quad \begin{cases} Y_4 = (T_4^o)_{21} Y'(o) + (T_4^o)_{22} Y(o) \\ Y_6 = (T_6^o)_{21} Y'(o) + (T_6^o)_{22} Y(o) \\ Y_8 = (T_8^o)_{21} Y'(o) + (T_8^o)_{22} Y(o) \end{cases}$$

En éliminant $Y'(o)$ et $Y(o)$:

$$\begin{vmatrix} Y_4 & (T_4^o)_{21} & (T_4^o)_{22} \\ Y_6 & (T_6^o)_{21} & (T_6^o)_{22} \\ Y_8 & (T_8^o)_{21} & (T_8^o)_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad \text{pour } \frac{\Delta p}{p} = 0$$

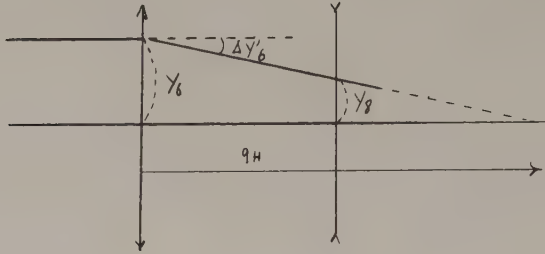
En posant les déterminants partiels

$$D_4 = \begin{vmatrix} (T_6^o)_{21} & (T_6^o)_{22} \\ (T_8^o)_{21} & (T_8^o)_{22} \end{vmatrix} \quad D_6 = \begin{vmatrix} (T_8^o)_{21} & (T_8^o)_{22} \\ (T_4^o)_{21} & (T_4^o)_{22} \end{vmatrix} \quad D_8 = \begin{vmatrix} (T_4^o)_{21} & (T_4^o)_{22} \\ (T_6^o)_{21} & (T_6^o)_{22} \end{vmatrix}$$

il vient l'équation :

$$D_4 Y_4 + D_6 Y_6 + D_8 Y_8 = 0 \quad (2)$$

Mais on peut exprimer Y_8 qui est mesuré après l'aimant, en fonction de $\frac{\Delta p}{p}$.



En effet $\Delta Y'_6$ comprend deux termes :

- L'un dû à la focalisation du champ de fuite égal à $\frac{Y_6}{q_H}$ (le faisceau sortant du premier doublet étant parallèle dans les deux plans, $q_H = f_H$).
- L'autre dû à la focalisation chromatique : $\Delta \varphi = \varphi \frac{\Delta p}{p}$.

Or :

$$\begin{vmatrix} \Delta' Y_8 \\ \Delta Y_8 \end{vmatrix} = T_8^6 \begin{vmatrix} \Delta Y'_6 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta Y_8 = (T_8^6)_{21} \Delta Y'_6$$

Donc la variation de Y_8 due à la dispersion chromatique est :

$$\Delta Y_8 = (T_8^6)_{21} \varphi \frac{\Delta p}{p}$$

d'où :

$$(Y_8)_{\Delta p=0} = Y_8 - \alpha (T_8^6)_{21} \varphi \frac{\Delta p}{p}$$

En reportant dans l'équation (2) il vient :

$$D_4 Y_4 + D_6 Y_6 + D_8 \left(Y_8 - \varphi (T_8^6)_{21} \frac{\Delta p}{p} \right) = 0$$

mais :

$$T_8^6 = T_8^0 (T_6^0)^{-1} \quad \text{d'où : } (T_8^6)_{21} = -D_4$$

on obtient donc l'expression de $\frac{\Delta p}{p}$:

$$\frac{\Delta p}{p} = -\frac{1}{\varphi} \left[\frac{Y_4}{D_8} + \frac{D_6}{D_4 D_8} Y_6 + \frac{Y_8}{D_4} \right]$$

Il reste à calculer dans l'expression la valeur de Y_0 en fonction de Y_4 et Y_6 , quel que soit $\frac{\Delta p}{p}$

$$Y_4 = (T_4^0)_{21} Y'(0) + (T_4^0)_{22} Y(0)$$

$$Y_6 = (T_6^0)_{21} Y'(0) + (T_6^0)_{22} Y(0)$$

en éliminant $Y'(0)$ entre ces deux équations il vient :

$$Y_0 = -\frac{(T_6^0)_{21}}{D_8} Y_4 + \frac{(T_4^0)_{21}}{D_8} Y_6$$

L'expression (1) devient :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta z_f}{GZ'(0)} &= (S_4^0)_{21}^2 \Delta\left(\frac{1}{f_4}\right) + (S_6^0)_{21}^2 \Delta\left(\frac{1}{f_6}\right) + (S_8^0)_{21}^2 \Delta\left(\frac{1}{f_8}\right) \\ &+ \frac{Q}{\alpha} \left[\frac{Y_4}{D_8} + \frac{D_6}{D_4 D_8} Y_6 + \frac{Y_8}{D_4} \right] \\ &- \frac{1}{300} \left[\frac{(T_6^0)_{21}}{D_8} Y_4 - \frac{(T_4^0)_{21}}{D_8} Y_6 \right] \end{aligned}$$

En regroupant les termes en 4, 6, 8, on obtient les conditions de l'achromatisme :

$$\begin{aligned} \Delta\left(\frac{1}{f_4}\right) &= -\frac{\frac{Q}{\alpha} - \frac{(T_6^0)_{21}}{300}}{D_8 \times (S_4^0)_{21}^2} Y_4 \\ \Delta\left(\frac{1}{f_6}\right) &= -\frac{\frac{Q D_6}{\alpha D_4} + \frac{(T_4^0)_{21}}{300}}{D_8 \cdot (S_6^0)_{21}^2} Y_6 \\ \Delta\left(\frac{1}{f_8}\right) &= -\frac{Q}{\alpha} \cdot \frac{1}{D_4 (S_8^0)_{21}^2} Y_8 \end{aligned}$$

TABEAU NUMERIQUE DES CORRECTIONS POUR LES DIFFERENTES SOLUTIONS POSSIBLES

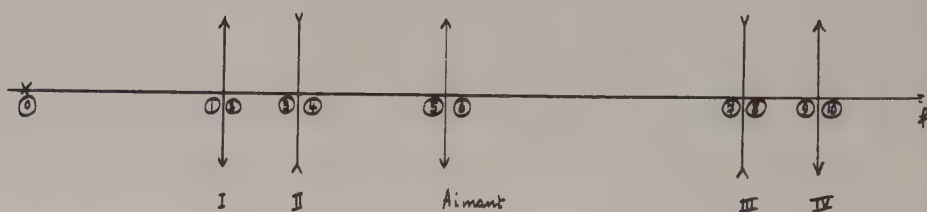
Nous avons calculé les coefficients G et M définis par :

$$\Delta\left(\frac{1}{f}\right)_k = G Y_k$$

$$f \Delta\left(\frac{1}{f}\right)_k = M \left(\frac{Y_k}{r}\right) \quad M = f \cdot r \cdot G. \quad f^m, r^{mm}$$

avec $k = 4, 6, 8$ solution retenue $r = 100 \text{ mm}$
 2, 6, 10
 4, 6, 10

Quadrupôle		G	f	f × r	M	$\frac{\Delta f}{f}$ en % pour Y = 60 mm	solution retenue
II Aimant III	4	$2,6 \cdot 10^{-4}$	2,45	+ 245	$6,5 \cdot 10^{-2}$	3,9	
	6	$- 3,2 \cdot 10^{-4}$	15,6	+ 1560	$- 51 \cdot 10^{-2}$	30	
	8	$4,4 \cdot 10^{-4}$	3,05	+ 305	$+ 13,5 \cdot 10^{-2}$	8,1	
I Aimant IV	2	$4,3 \cdot 10^{-4}$	1,96	196	$8,5 \cdot 10^{-2}$	5,1	
	6	$- 2,3 \cdot 10^{-4}$	15,6	1560	$- 32 \cdot 10^{-2}$	19	
	10	$15,8 \cdot 10^{-4}$	- 1,61	- 161	$- 25,2 \cdot 10^{-2}$	15	
II Aimant IV	4	$2,6 \cdot 10^{-4}$	2,45	+ 245	$6,35 \cdot 10^{-2}$	3,8	
	6	$- 2,2 \cdot 10^{-4}$	15,6	+ 1560	$34,4 \cdot 10^{-2}$	20	
	10	$+ 15,8 \cdot 10^{-4}$	- 1,61	- 161	$- 25,2 \cdot 10^{-2}$	15	



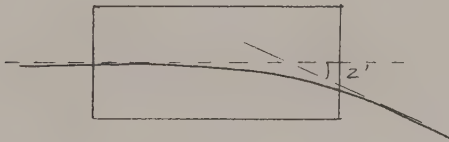
ANNEXE III

Les corrections à introduire dans l'aimant doivent être telles que :

$$\Delta \left(\frac{1}{f_6} \right) = - \beta Y_6$$

β étant le coefficient mesuré expérimentalement.

Or dans le plan vertical nous avons :



$$\Delta \left(\frac{1}{f_6} \right) = - \frac{\Delta Z'}{Z}$$

d'où :

$$\Delta Z' = - Z \Delta \left(\frac{1}{f_6} \right) \quad (1)$$

D'autre part si ρ' est le rayon de courbure de la trajectoire dans le plan vertical et ρ le rayon de courbure dans le plan horizontal, nous avons :

$$B_z \rho = B_y \rho'$$

Soit L la longueur de la trajectoire courbée par l'aimant :

$$\rho' z' = L$$

et $\rho \varphi = L$ φ : angle de déviation dans le plan horizontal, il vient :

$$B_y = B_z \frac{\rho}{\rho'} = \frac{B_z}{\varphi} Z'$$

donc :

$$\Delta B_y = -\frac{B}{\varphi} Z \Delta \left(\frac{1}{f_6} \right) \quad (2)$$

Mais :

$$\frac{\partial \Delta B_y}{\partial Z} = \frac{\partial \Delta B_z}{\partial Y}$$

$$\Delta B_z = \int \frac{\partial \Delta B_y}{\partial Z} \partial Y$$

En dérivant (2) :

$$\frac{\partial \Delta B_y}{\partial Z} = -\frac{B}{\varphi} \Delta \left(\frac{1}{f_6} \right)$$

Comme $\Delta \left(\frac{1}{f_6} \right) = -\beta Y_6$

$$\Delta B_z = \frac{1}{2} \frac{B_z}{\varphi} \beta Y_6^2$$

REMERCIEMENTS

Je désire d'abord exprimer ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur Louis Leprince-Ringuet qui m'a permis de réaliser ce travail parmi le groupe d'Electronique de son laboratoire, et a orienté par ses directives et ses conseils les recherches de ce groupe.

Je remercie tout particulièrement Monsieur Louis Jauneau qui m'a très amicalement aidé tout au long de la rédaction de ce travail.

Les calculs du projet du faisceau et toutes les mesures s'y rapportant ont été dirigés par Monsieur Philippe Eberhard. Qu'il trouve ici l'expression de toute ma reconnaissance pour ses critiques et ses précieux conseils.

Je remercie tous ceux qui ont participé à la réalisation de ce faisceau : Messieurs L. Jauneau, G. Kayas, E. Boldt, J.C. Allard, D. Vaguelsy, V. Henri, D. Berley, J. Duboc, R. George, J. Poyen, N.H. Duong, J. Oostens, R. Meurgey et spécialement Monsieur Daniel Morellet qui s'est de plus occupé de l'appareillage électronique nécessaire aux mesures.

Je remercie également Mesdemoiselles H. Noir, M.J. Barrat et Madame C. Biglot pour la dactylographie et la mise en page de ce manuscrit.

Cette expérience a été rendue possible par l'ensemble du personnel du synchrotron Saturne sous direction de Monsieur Maillet, par Monsieur Lévy-Mandel et les ingénieurs qui ont assuré la bonne marche et l'entretien de l'accélérateur. A tous vont mes remerciements.

Ce travail a été effectué grâce à une allocation de recherches du Centre National de la Recherche Scientifique.

BIBLIOGRAPHIE

Introduction et Chapitre I

ALVAREZ, MURRAY, TRIPP - UCRL 8269 (1958).

EBERHARD, GOOD, TICO - UCRL 8878 (1959).

D.W. EDWARDS et B. ROSE - Nuclear Instr. and Methods 7 (1960).

COURANT, LIVINGSTONE, SNYDER - Phys. Rev. 88 (1190) (1952).

GRIVET, SEPTIER - Nuclear Instr. and Methods Janv. 1960. Février 1960

PANOFSKY, Mac INTYRE - R.S.I. 25 - (285) (1954).

H.A. ENGE - R.S.I. 29, 885 (1958).

B. ROSSI - Optics.

J.P. BLEWETT - J.P.B. II (Oct. 1958). J.P.B. 13 (Mai 1959).

C. GERMAIN - CERN 59 38 Proton Synchrotron Division (Dec.59).

Chapitre II

[1] VAN DER MEER - CERN 60 62 (Juin 1960).

Chapitre III

[2] P. EBERHARD - Communication privée.

Chapitre V

[3] WENZEL - UCRL 80 00 Oct.2 (1957).

[4] J. DUBOC, J. BANAIGS et J.F. DETOEUF - Rapport CEA 2000 (1961)

[5] MICHELS, BOTZEN, GROOT - Physica 9 (967) (1942).

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

"ETAT ACTUEL DE NOS CONNAISSANCES SUR LES CEINTURES DE RADIATION".

Vu et approuvé :

Paris, le 28 Novembre 1962

Le Doyen de la Faculté des Sciences,
Marc ZAMANSKY

Vu

et Permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,
Jean ROCHE

IMP. LOUIS-JEAN - GAP

Dépôt légal n° 258 - 1962

